

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

МАТЕМАТИКА

Реализация требований ФГОС
начального общего образования

Методическое пособие для учителя

Москва

2023

УДК 373.31
ББК 74.2
М34

Авторский коллектив:

О. А. Рыдзе, кандидат педагогических наук, старший научный сотрудник
лаборатории начального общего образования
ФГБНУ «Институт стратегии развития образования»

Под редакцией:

Н. Ф. Виноградовой

Рецензенты:

Л.О. Рослова, кандидат педагогических наук
Е.Н. Землянская, доктор педагогических наук

М34 **Математика. Реализация требований ФГОС начального общего образования :**
методическое пособие для учителя / [О. А. Рыдзе] ; под ред. Н. Ф. Виноградовой. – М. : ФГБНУ
«Институт стратегии развития образования», 2023. – 87 с.: ил.
ISBN 978-5-6049296-9-8

В методическом пособии охарактеризованы изменения, внесенные в представление содержания курса математики начальной школы, подходы к организации учебного процесса, ориентированного на достижение требований обновленного федерального государственного образовательного стандарта к учебному предмету «Математика». Характеризуются изменения и дополнения в содержательных областях «Числа и величины», «Арифметические действия», «Текстовые задачи», «Пространственные отношения и геометрические фигуры», «Математическая информация» по годам обучения, а также приемы интеграции предметных, метапредметных и личностных результатов. Даются рекомендации по учету планируемых результатов при организации оценки и контроля учебной деятельности младших школьников.

Методическое пособие разработано в рамках государственного задания ФГБНУ «Институт стратегии развития образования» на 2023 год «Обновление содержания общего образования».

УДК 373.31
ББК 74.2

ISBN 978-5-6049296-9-8

© ФГБНУ «Институт стратегии развития образования», 2023
Все права защищены

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ. ЦЕЛИ И НАПРАВЛЕНИЯ ОБНОВЛЕНИЯ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА НАЧАЛЬНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ.....	5
Краткая характеристика личностных достижений.....	6
Краткая характеристика метапредметных достижений.....	8
Предметные достижения младшего школьника.....	14
Определение направлений индивидуально-дифференцированной работы учителя.....	15
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»	19
Целевые установки и особенности математической подготовки современного младшего школьника	19
Особенности изучения разделов курса математики в соответствии с требованиями ФГОС НОО.....	28
Раздел «Числа и величины»	35
1 класс.....	35
2 класс.....	37
3 класс.....	40
4 класс.....	42
Раздел «Арифметические действия».....	46
1 класс.....	48
2 класс.....	49
3 класс.....	54
4 класс.....	55
Раздел «Текстовые задачи»	57
1 класс.....	57
2 класс.....	60
3 класс.....	62
4 класс.....	64

Раздел «Пространственные отношения и геометрические фигуры»	69
1 класс	69
2 класс	71
3 класс	73
4 класс	74
Раздел «Математическая информация»	77
1 класс	77
2–4 классы	79
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	85
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	86

ВВЕДЕНИЕ.

**ЦЕЛИ И НАПРАВЛЕНИЯ ОБНОВЛЕНИЯ ФЕДЕРАЛЬНОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА
НАЧАЛЬНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ¹**

В 2021 году был принят обновленный федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (далее – ФГОС НОО, стандарт). Его предпосылками стали нормативные документы, поручения Президента Российской Федерации В.В. Путина, в которых рассматривались направления совершенствования российской системы образования, результаты работы образовательных организаций по ФГОС НОО в течение более 10 лет, а также оценка качества начального образования на федеральном и международном уровнях. Приоритетная цель обновленного стандарта – обеспечить «государственные гарантии получения качественного начального общего образования на основе единства обязательных требований к условиям реализации программ начального общего образования и результатам их освоения»².

Речь идет о создании единого образовательного пространства, которое предполагает:

- «сохранение и развитие культурного разнообразия и языкового наследия, ... овладение духовными ценностями и культурой многонационального народа Российской Федерации»³;
- ориентацию на фундаментальное образование, которое предполагает усвоение элементов социального опыта (знания, умения, навыки, опыт решения проблем, в том числе творческого характера) и готовность к дальнейшему образованию в основном звене школы;
- формирование у обучающихся системных знаний о месте Российской Федерации в мире, ее исторической роли, территориальной целостности, культурном и технологическом развитии, вкладе страны в мировое научное наследие;

¹ Автор введения – *Н.Ф. Виноградова*, доктор педагогических наук, член-корреспондент РАО.

² Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (утв. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 286; зарегистрирован Минюстом России 05.07.2021 № 64100), с. 1.

³ Там же, с. 2.

– ознакомление обучающихся с доступными для них сторонами многообразного цивилизационного наследия России, расширение представлений об историческом опыте разных поколений россиян.

Реализация этих положений достигается общим вкладом всех учебных предметов с учетом специфики содержания каждого.

Обновленный федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования уточняет ключевые требования к достижению учащимися трех групп результатов: *личностных, метапредметных и предметных.*

Краткая характеристика личностных достижений

Требования к личностным результатам образования включают:

во-первых, личностные новообразования, отражающие ценностные установки и отношения обучающегося как гражданина к обществу, государству, его народам, истории и культуре, которые обеспечивают становление основ российской гражданской идентичности; готовность к социально ценной деятельности;

во-вторых, ценностные установки и социально значимые качества личности, которые применяются по отношению к членам семьи (родителям, старшему поколению, братьям и сестрам), участникам учебных взаимодействий (взрослым, одноклассникам, членам школьного коллектива), а также в процессе общения с незнакомыми людьми разного возраста, социального статуса, индивидуальных особенностей;

в-третьих, нравственно-волевые установки по отношению к самому себе как субъекту образовательной деятельности; готовность обучающегося к саморазвитию, уровень мотивации, обеспечивающий стремление к познанию нового.

В ФГОС НОО и федеральной образовательной программе начального общего образования (ФОП НОО) определено основное содержание личностного развития младшего школьника, которое учитывает следующие цели: гражданско-патриотическое, духовно-нравственное, эстетическое, трудовое, экологическое, физическое воспитание, а также ценности научного познания.

Становление личностных новообразований младшего школьника – процесс длительный, что определяет следующие особенности его организации:

1) Воспитание личности младшего школьника должно осуществляться на основе традиционных российских социокультурных и духовно-нравственных ценностей. Ознакомление с этой стороной жизни народов России входит в содержание программы любого учебного предмета с учетом его предметной специфики и своеобразия.

2) Воспитательный процесс строится как интеграция учебной и внеучебной (урочной и внеурочной) воспитательной деятельности, при этом учитываются характер деятельности обучающихся и формы ее организации, свойственные конкретному учебному предмету. Так, целесообразно использовать проектную деятельность, которая организуется в малых учебных коллективах, а также поисково-исследовательские методы (систему длительных наблюдений, опыты и эксперименты, моделирование).

3) Требования к личностным результатам обучения успешно реализуются, если образовательный процесс строится в структуре учебной деятельности. Именно учебная деятельность включает компоненты, обеспечивающие развитие способности к самообразованию и саморазвитию (планирование, самоконтроль, самооценку, предвидение трудностей, установление возникших ошибок). Реализация задачи воспитания рефлексивных качеств личности достигается с помощью системы упражнений, которые ставят ученика в ситуацию самостоятельного планирования хода решения задачи, проверки его верности; установления причин допущенных ошибок, активного участия в коллективном поиске путей их исправления. Если сравнивать значимость проведения акта самоконтроля выполненного задания в условиях классной и домашней работ, то очевидно, что особенно на первых этапах обучения (1–2 классы) приоритетными должны быть коллективные обсуждения под руководством учителя. Традиционные домашние «работы над ошибками» дают результат только в том случае, если у обучающегося уже сформирован определенный уровень самоконтроля. В противном случае эта работа осуществляется формально и эффекта развития рефлексивных качеств не дает.

4) Воспитание личности младшего школьника предусматривает обязательность индивидуального подхода к обучающемуся с учетом его социального статуса, роли в учебном коллективе, личностных потребностей и интересов, а также опыта социально значимой деятельности (об особенностях использования индивидуального подхода см. ниже).

Краткая характеристика метапредметных достижений

Метапредметные достижения определяются в стандарте как совокупность познавательных, коммуникативных и регулятивных универсальных учебных действий, а также определенной номенклатуры междисциплинарных понятий. Учителю очень важно понимать, какие универсальные учебные действия (УУД) входят в каждую группу метапредметных достижений и какое влияние оказывает их сформированность на общее интеллектуальное развитие ребенка.

Познавательные УУД – это совокупность: а) базовых логических универсальных действий; б) базовых исследовательских универсальных действий, в) умений работать с информацией.

Базовые *логические* универсальные учебные действия отражают способность младшего школьника применять в процессе решения различных учебных задач мыслительные операции – анализ и синтез, сравнение и классификацию, обобщение и конкретизацию. В номенклатуру логических действий входят методы изучения разных областей окружающего мира: наблюдения, опыты, измерения, сравнения, эксперименты. Очень важно, чтобы обучающиеся знакомились с методами познания при изучении любого учебного предмета. Например, наблюдать (исследовать, сравнивать) можно не только объекты окружающего мира или математики, но и литературные тексты, выразительные средства русского и иностранного языков. Задания на классификацию, обобщение, сериацию и конкретизацию тоже конструируются на разном предметном содержании.

Очень важны для интеллектуального развития младшего школьника базовые *исследовательские* учебные действия. Их использование способствует формированию поисково-исследовательской деятельности – актуальной и потребностной деятельности детей младшего школьного возраста. Учитель хорошо знает, что ученик начальных классов любит проводить опыты, участвовать в экспериментах, моделировать воображаемые ситуации, строить ленту времени, разыгрывать роли.

Подчеркнем, что усиление внимания к предъявлению младшим школьникам упражнений, требующих применения умственных операций, а также исследовательских действий, предполагающих выдвижение гипотез, высказывание доказательств, – все это существенно уменьшает число

репродуктивных заданий в процессе обучения, что положительно отражается на совершенствовании качества образования.

Основными условиями успешного формирования познавательных логических и исследовательских действий являются следующие:

1) *Ознакомление детей с последовательностью учебных операций*, которые входят в состав определенного универсального действия. Критерием сформированности конкретного УУД можно считать его обобщенное понимание обучающимся, то есть предъявление его характеристики без непосредственной связи с предметным содержанием¹.

2) *Планирование системы последовательно усложняющихся заданий* на применение универсальных действий на содержании любого учебного предмета. В номенклатуре таких заданий должны быть (в соответствии с этапом обучения) упражнения на сравнение, анализ, синтез (обобщение), сериацию, классификацию объектов каждой предметной области. Достижение одной и той же дидактической цели целесообразно предъявлять одновременно на разном предметном содержании. Например, дети учатся сравнивать объекты природы на уроках «Окружающего мира», жанры произведений в процессе литературного чтения, пространственные характеристики математических объектов и т. д. Такое планирование процесса формирования УУД позволяет подвести младших школьников к обобщенной характеристике универсального действия (в приведенном примере – сравнения).

3) При формировании базовых исследовательских познавательных действий *целесообразно сочетать разные формы организации поисково-исследовательской деятельности*: наблюдения в малых группах, опыты при работе в парах; коллективная демонстрация эксперимента, работа над проектами.

Существенным показателем сформированности у младшего школьника познавательных УУД является достаточный уровень развития умений *работать с информацией*. Обратим внимание на динамику становления у обучающихся в начальной школе информационных универсальных учебных действий.

¹ Подробную характеристику операций, входящих в состав УУД, учитель может найти в книге: Универсальные учебные действия как результат обучения в начальной школе : книга для учителя / Под ред. Н.Ф. Виноградовой. – М., 2016. – 215 с.

На *первом* этапе обучающийся может:

- находить информацию (представленную в явном виде) в источнике на основе предложенного учителем способа (алгоритма) действия;
- оценивать достоверность или недостоверность информации при наличии готового способа проверки;
- воспринимать и выделять особенности различных видов информации (текстовой, звуковой, графической);
- «читать» несложные планы, соотносить модели с реальными объектами;
- находить на основе инструкции учителя информацию в разных источниках, в том числе в сети Интернет.

На *втором* этапе обучающийся готов:

- самостоятельно находить информацию и проверять (при небольшой поддержке учителя) ее достоверность;
- интерпретировать информацию в соответствии с поставленной учебной задачей;
- самостоятельно анализировать информацию, представленную в разном виде (текстовую, графическую, аудиовизуальную), в соответствии с поставленной учебной задачей;
- создавать самостоятельно небольшие презентации к своему сообщению или докладу.

Анализ реализации ФГОС НОО (2009 г.) в течение десяти лет выявила значительные трудности младших школьников в использовании **коммуникативных** универсальных учебных действий. Установлено, что даже выпускники начальной школы не владеют навыками активного участия в учебном диалоге. Ребята не умеют слушать друг друга, задавать вопросы, высказывать собственные суждения, приводить доказательства своей точки зрения. Проблемы возникают у младших школьников при создании устных и письменных текстов, при конструировании выводов и обобщений. Основной причиной низкого уровня развития коммуникативных универсальных действий является недостаточное внимание учителя к их формированию на уроках нефилологического цикла. Речевые умения, которые формируются средствами учебных предметов «Русский язык» и «Литературное чтение», не переносятся на содержание других предметов.

На основании сказанного можно выделить следующие требования к построению процесса формирования коммуникативных универсальных учебных действий:

1. Учитель должен четко представлять, какие учебные операции входят в состав каждой группы коммуникативных УУД.

2. С учетом содержания учебного предмета необходимо систематически использовать упражнения на смысловое чтение и текстовую деятельность. К примеру, необходимо работать с текстом научно-познавательным, справочным, инструктивным. Дети должны уметь анализировать учебный текст: формулировку задания, назначение и структуру текста, наличие и полноту данных учебной задачи.

3. Отдельной структурной единицей урока должны стать задания на текстовую деятельность: определение типа, назначения, темы и главной мысли текста. Такие задания предлагают обучающимся определить, к какому типу речи относится текст (описание, рассуждение, повествование), каково его назначение, тема и главная мысль; найти ошибки в предложенном описании или рассуждении; переложить один вид текста в другой. Например, на основе научно-познавательного текста сконструировать текст справочной статьи. Или: дополнить текст-рассуждение элементами описания и наоборот. Или: восстановить текст с нарушенной логикой.

4. На любом учебном содержании младшие школьники должны конструировать описания, повествования, рассуждения. Целесообразно сравнивать тексты одного типа, но разного содержания. Например, четвероклассникам полезно сравнение структуры текста-инструкции математического или естественно-научного содержания или специфики справочной статьи, раскрывающих характеристику разных объектов окружающего мира.

5. При определении содержания уроков в зоне внимания учителя должны находиться упражнения на восстановление деформированного текста. Понятно, что такие упражнения можно конструировать на любом предметном содержании.

6. Формирование коммуникативных универсальных действий стимулирует использование различных иллюстративных средств, которые создают наглядно-эмоциональный фон восприятия информации, что облегчает формулирование суждений и конструирование устных и письменных текстов.

Очень важным иллюстративным средством являются различные модели, которые отражают объекты разных предметных областей.

Обратим внимание на важную корректировку коммуникативных УУД, которая представлена в ФОП НОО. Универсальные учебные действия, которые связаны с регулированием детьми отношений в совместном учебном труде, теперь объединены в отдельный раздел УУД – «Совместная деятельность». Это подчеркивает объективность взаимосвязи и взаимодействия в любой коллективной деятельности собственно регулятивных действий (произвольных процессов, волевых качеств личности) и соблюдения правил культурного делового (учебного) общения.

Еще одна группа трудностей, которые установлены в ходе реализации стандарта 2009 года, касается низкого уровня сформированности у младших школьников *регулятивных* универсальных действий. Устранение этих трудностей связано с изменением психологической позиции учителя по отношению к обучающемуся как субъекту образовательной деятельности. Существенным показателем субъектности обучения и учения является обеспечение равноправия младшего школьника в контрольно-оценочной деятельности.

Какие условия организации учебного процесса положительно влияют на повышение уровня рефлексивных умений и навыков обучающегося?

Первое условие: психологическая установка учителя на обязательное включение младшего школьника в систему контрольно-оценочной деятельности. Реализация этого условия требует следующих действий педагога:

– во-первых, необходим акт обязательной конкретизации учителем поставленной ученику оценки (отметки) за выполнение письменной и устной работы. Устный ответ на поставленный вопрос оценивается сначала обучающимися («Вы согласны с ответом Пети?»). Учитель должен по возможности избегать в процессе учебного диалога своих кратких оценочных суждений типа «Молодец!», «Не думаешь!», «Невнимателен!», «Верно!», «Неправильно!» и т. п. Оценивание идет содержательно и преимущественно в конце диалога;

– во-вторых, эффективной формой развития самоконтроля и самооценки младшего школьника признана совместно-распределительная деятельность

(термин теории развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова) в структуре «учитель–учащиеся». Это означает, что весь процесс оценивания деятельности учащегося идет совместно и одновременно с учителем.

Второе условие. Учитель обеспечивает формирование умений обучающихся контролировать и *результат* (какой получен результат), и *процесс* (как получен результат) выполнения задания. Главной целью действий при анализе работы, уже проверенной педагогом, является нахождение ее автором ошибки (ошибок) в выполненном задании и установление ее (их) причин. При этом исправление допущенной ошибки выполняет сам ученик. Читатель может сравнить на предложенных схемах два разных способа фиксации ошибки.

Задание (4 класс): Напиши суждение, ответь на вопрос: «Чем человек отличается от животного?»

Человек отличается от животных

- умеет трудиться
- умеет думать и создавать новое
- ~~имеет язык~~ владеет речью
- умеет фантазировать

Человек отличается от животных

- умеет трудиться
- умеет думать и создавать новое
- имеет язык ?
- умеет фантазировать

Понятно, что первый способ констатирует допущенную ошибку, а второй побуждает ученика ее увидеть и исправить.

Третье условие. Целесообразно перед выполнением любого задания обсудить с младшими школьниками возможность возникновения ошибок и трудностей и пути их предупреждения. Сначала инициатива выполнения таких заданий принадлежит успешным обучающимся, остальные остаются зрителями и слушателями. Постепенно такие упражнения начинают выполнять обучающиеся любого уровня успешности.

Четвертое условие. Младшие школьники должны систематически выполнять задания на сравнение разных способов решения одной и той же задачи. Это дает возможность развивать способность обучающихся оценивать целесообразность выбора алгоритма действия и при необходимости корректировать его, что положительно влияет на становлении способности планировать учебную деятельность.

Предметные достижения младшего школьника

Эта группа планируемых результатов обучения отражает уровень освоения содержания изучаемых учебных предметов. Предметные результаты представлены в обобщенном виде в тексте основного документа – федеральном государственном образовательном стандарте начального общего образования, а также в конкретизированном варианте (по годам обучения) в федеральной образовательной программе начального общего образования и федеральных рабочих программах по учебным предметам. В качестве конкретизации ФГОС НОО в указанных программах предметное содержание по каждому классу дополнено перечнем универсальных учебных действий, которые будут сформированы на данном этапе обучения.

Определение в стандарте охарактеризованных трех групп достижений позволяет решить задачи всестороннего развития обучающегося и установить их гармоничное взаимодействие. Обратим внимание на схему.



Схема 1

Коллектив лаборатории начального общего образования ФГБНУ «Институт стратегии развития образования» ввели новое для начальной дидактики понятие «пирамида успешности», чтобы подчеркнуть особенности взаимодействия в процессе обучения предметных, метапредметных и личностных достижений обучающегося. Фундамент «пирамиды успешности» представлен системой *предметных* результатов обучения. На этой основе формируются *метапредметные* достижения обучающихся, которые определяют центральную часть пирамиды. А ее вершиной становятся существенные *изменения в личности* младшего школьника. Такой подход к оценке требований стандарта позволяет учителю обеспечить системный подход к конструированию образовательного процесса.

Определение направлений индивидуально-дифференцированной работы учителя

Благодаря обновленному стандарту расширены возможности образовательной организации в определении направлений индивидуально-дифференцированной работы с младшими школьниками, в частности, в разработке и реализации программ, предусматривающих углубленное изучение отдельных учебных предметов. Организации, являющиеся частью федеральной или региональной инновационной инфраструктуры, вправе *«самостоятельно выбирать траекторию изучения предметных областей, учебных предметов, учебных курсов и модулей»*¹. Образовательная деятельность учителя может строиться на разделении обучающихся на группы с учетом их успеваемости, образовательных потребностей и интересов, психического и физического здоровья.

Результаты исследований лаборатории начального общего образования ФГБНУ «Институт стратегии развития образования» дали возможность установить, что современное индивидуально-дифференцированное обучение в начальной школе не учитывает необходимость оказания педагогической помощи и поддержки обучающемуся любого уровня успешности. Особого внимания требуют младшие школьники, которые, как свидетельствуют результаты диагностики, относятся к группе «хорошистов» и удовлетворительно успешных. Именно у этих обучающихся, не получивших своевременную индивидуальную поддержку учителя, постепенно накапливаются проблемы и трудности учения, что приводит к снижению успешности их учебной деятельности, и они переходят в группу более низкой успеваемости. Такой результат, как правило, бывает отсроченным и проявляется в основном звене школьного обучения.

Что должен предусмотреть учитель при реализации индивидуально-дифференцированного обучения?

Прежде всего педагог с помощью диагностических заданий устанавливает, в какую группу успешности входит каждый обучающийся данного класса.

¹ П. 6 пп. 3 федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования (утв. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 286, зарегистрирован Минюстом России 05.07.202 № 64100).

Обычно выделяют четыре группы: группа детей устойчиво успешных («отличники»); успешных («хорошисты»), ситуативно неуспешных («удовлетворительные») и устойчиво неуспешных («неуспевающие»). Теперь с учетом трудностей, возникающих у каждой группы обучающихся, составляется план индивидуальной программы обучения.

При создании программы дифференцированной работы с *устойчиво успешными обучающимися* («отличниками») особое внимание учитель уделяет решению следующих задач:

1. Совершенствование познавательных универсальных действий:

– самостоятельно и целесообразно, адекватно учебной задаче использовать мыслительные операции – анализ, обобщение, конкретизацию, классификацию;

– работать в учебных ситуациях, которые требуют исследовательских действий (постановка гипотезы, сравнение и анализ доказательств, конструирование выводов по результатам поисковых действий);

– анализировать истинность (ложность) информации, строить графические модели текстовой информации.

2. Совершенствование коммуникативных универсальных действий:

– использовать средства поддержания и развития учебного диалога (постановка вопросов, реплики, высказывание собственного мнения, пожеланий, замечаний);

– создавать тексты-суждения с логичным объяснением последовательных, причинно-следственных связей, пространственных и временных связей изучаемых объектов.

3. Совершенствование регулятивных универсальных действий:

– выбирать (из нескольких) целесообразный способ решения учебной задачи;

– предсказывать (предвидеть) трудности выполнения учебной задачи, находить ошибки в своей работе;

– устанавливать причины возникших ошибок в чужих и своих работах;

– исполнять роль лидера в совместной деятельности.

4. *Развитие общей культуры и эрудиции отличника.* В программе предусматриваются задания на самостоятельный поиск новой информации и работу с ней, подготовку презентаций к текстовой информации.

В программе дифференцированной работы с *хорошо успевающими* обучающимися («хорошистами») особое внимание учитель уделяет решению следующих задач:

1. Совершенствовать навык самостоятельного создания алгоритма решения учебной задачи.
2. Соотносить учебные операции с конкретным учебным действием. Характеризовать УУД как совокупность операций.
3. Расширять зону использования познавательных логических универсальных действий на разном предметном содержании.
4. Выполнять в паре (с «отличником») задания на использование исследовательских действий.
5. Совершенствовать навык создания текстов разного типа (описание, рассуждение), сравнивать повествования и описания.
6. Выполнять задания на нахождение ошибок в чужой и своей работе и определять причины их возникновения.
7. Расширять общую культуру и эрудицию «хорошиста». Выполнять задания на самостоятельный поиск новой информации и работу с ней и подготовку презентаций к текстовой информации.

Программа дифференцированной работы с *ситуативно неуспешными* учащимися (так называемыми «троечниками») должна включать решение следующих задач:

1. С помощью учителя (успешного ученика) выполнять упражнения, которые формируют умения составлять пошаговые действия по решению учебного задания.
2. Принимать цели учебной задачи, воспроизводить и анализировать формулировки задания.
3. В совместной деятельности с учителем (с успешными одноклассниками) применять мыслительные операции на разном предметном содержании (сравнение, классификация, сериация, конкретизация).
4. Выполнять упражнения на восстановление деформированного текста.
5. Определять тип текста, называть особенности описания, повествования, рассуждения (суждения).
6. С небольшой помощью учителя составлять тексты-описания и тексты-рассуждения.

7. Выполнять упражнения на контроль своей деятельности и нахождение ошибок в чужой работе.

8. Выполнять задания на внимание, произвольное запоминание.

9. Выполнять задания, которые расширяют знания ученика о разных предметных областях, развивают эмоционально-положительное отношение к познанию.

Программа дифференцированной работы с *устойчиво неуспевающими* младшими школьниками (так называемыми «двоечниками») должна включать решение следующих задач:

1. Читать и воспроизводить текст учебной задачи, называть ее цель и результат, который нужно получить.

2. В процессе совместно-распределительной деятельности с учителем строить последовательность операций по решению учебной задачи.

3. Выполнять задания, которые требуют установления видимых связей между объектами, установления простых зависимостей (часть–целое, время–событие, расположение в пространстве).

4. Анализировать текст, определять его назначение и тему.

5. В процессе совместно-распределительной деятельности с учителем находить ошибки в чужой работе, устанавливая их причины.

6. Выполнять задания, которые расширяют знания ученика о разных предметных областях, развивают эмоционально-положительное отношение к познанию.

Использование учителем индивидуальных программ обучения, обеспечивающих устранение причин появления трудностей и ошибок в обучении, позволит обеспечить успешное продвижение обучающегося и формирование умений, навыков и способов действий, которые находятся на недостаточном уровне развития.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»

Целевые установки и особенности математической подготовки современного младшего школьника

В ходе математической подготовки современного младшего школьника реализуются следующие цели.

1. *Создание условий для освоения обучающимся основ математических знаний.* Ученику нужно достичь предметных результатов. Научиться понимать смысл математических величин (длина, масса, скорость, площадь и др.), познакомиться и, по возможности, научиться измерять некоторые величины, прикидывать их возможные значения (отвечать на вопросы: «В каких единицах можно измерить рост человека?», «Какова ширина тетрадного листа в см, в см и мм?», «Может ли скорость пешехода быть равной 50 км/ч?», «На сколько (во сколько раз) первый отрезок длиннее второго?», «Какую скорость показывает спидометр?»). Приобрести опыт использования арифметических приемов для разрешения сюжетных ситуаций: устанавливать отношения между значениями величин, увеличивать или уменьшать их (на заданную величину, в заданное число раз), суммировать, находить остаток и т. д. Также младшему школьнику необходимо научиться распознавать математическую проблему в учебных (вычислить, найти значение, назвать неизвестный компонент, измерить, решить) и практических (выяснить, хватит ли; расположить предметы в определенном порядке; выяснить, как узнать) ситуациях. Успешность изучения математики во многом определяется способностью обучающегося правильно применить изученные алгоритмы, правила, смысл действия или величины.

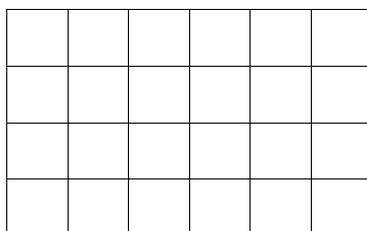
Курс математики содержит базовые знания и умения, которые должны стать основой для осознанного включения младшего школьника в решение математических задач: от понимания сути проблемы до проверки рациональности использованных приемов и корректности использования математических терминов. Недостаточное владение предметными знаниями и умениями делает ученика неуспешным, безынициативным, способным только воспроизводить отдельные знания и умения в стандартных, отработанных

ситуациях. Недостатки в предметной подготовке не позволят ученику продолжить успешное изучение математики в основной школе. К основным базовым знаниям и умениям в начальной школе относятся таблицы сложения (и вычитания), умножения (и деления); задачи на понимание смысла арифметических действий (в том числе смысла деления с остатком), на нахождение суммы, остатка, разностное и кратное сравнение; арифметические вычисления, нахождение неизвестного компонента действия и числового выражения; ориентировка на плоскости, различение и изображение изученных геометрических фигур, измерение длины отрезка, нахождение площади; работа с информацией, представленной на рисунке, схеме, диаграмме или в таблице, работа с простейшими утверждениями.

2. Формирование математической грамотности младшего школьника. Особенностью начального этапа в становлении математической грамотности является необходимость создания условий для накопления обучающимся опыта решения познавательных и практических задач средствами математики. С этой целью в курсе увеличивается количество заданий и упражнений на применение осваиваемого знания, понятия, алгоритма, схемы действий. Проводится специальная работа по обсуждению идеи, плана, хода решения, рациональности действий, достоверности ответа.

Например, в задании для 3–4 классов требуется найти площадь фигуры на рисунке.

Задание 1. Как найти площадь фигуры, составленной из клеток со стороной 1 дм на рисунке?



Педагог может по-разному организовать работу над заданием. Это может быть самостоятельная работа обучающихся или обсуждение с классом. Математическая грамотность при выполнении учебных или познавательных задач, ориентированных на развитие научных представлений школьника, использование математических рассуждений, анализ и оценку своих действий,

предполагает, что ученик не просто запишет правильный ответ (что, кстати, не указано в формулировке задания), а выберет и математически грамотно представит способ нахождения геометрической величины в определенных единицах измерения. Как можно целесообразно построить обсуждение, предваряющее запись решения или его проверку после самостоятельного выполнения обучающимися?

Пример обсуждения (представлен в форме последовательности из вопросов).

- 1) Что требуется указать в решении/ответе? (Способ нахождения площади.)
- 2) Какие знаем приемы нахождения площади? (Разбиение на единичные квадраты и их пересчет (первый способ), деление на прямоугольники и суммирование площадей (второй способ), дополнение до прямоугольника и вычитание «лишней» площади (третий способ).)
- 3) Какой прием целесообразно использовать в этом задании и почему? (Третий способ содержит меньше действий – этапов решения.)
- 4) Как можно записать это решение по действиям и с помощью числового выражения?

(Запись по действиям:

$$6 \text{ дм} \cdot 4 \text{ дм} = 24 \text{ дм}^2 \text{ – площадь «большого» прямоугольника;}$$

$$2 \text{ дм} \cdot 2 \text{ дм} = 4 \text{ дм}^2 \text{ – площадь «лишнего» прямоугольника;}$$

$24 \text{ дм}^2 - 4 \text{ дм}^2 = 20 \text{ дм}^2$ – площадь прямоугольника, изображенного на рисунке.

Запись с помощью числового выражения:

$$6 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 20 \text{ (дм}^2\text{).)}$$

Можно обратить внимание школьников, что, если разделить фигуру на прямоугольники и искать сумму их площадей, то в решении будут 4 действия. Или 3 действия и зафиксированный устно (при обсуждении) или письменный комментарий о том, что два прямоугольника имеют одинаковые длину и ширину, поэтому в ходе решения площадь одного из прямоугольников (со сторонами 2 дм и 4 дм) можно удвоить, чтобы не повторять действие.

Достоверность ответа может быть подтверждена и анализом данных и полученного ответа (суть анализа: получен результат меньше 24 дм^2 , вычислительных ошибок нет) или путем использования другого способа.

Решение другим способом можно выполнить устно; будет получен тот же ответ – 24 дм². Запись решения вторым способом в данном случае нецелесообразна, поскольку требует большего числа действий или использует очевидно нерациональное действие – пересчет или присчитывание.

3. Формирование основ функциональной грамотности. Функциональная грамотность – результат работы педагога по развитию как предметных, так и универсальных учебных действий (УУД) до уровня, на котором школьник сам применяет изученное для выделения математической сути проблемы, переводя ее на язык предмета, а также для решения и анализа ответа. Задания на формирование и оценку математической грамотности специфичны. Во-первых, они имеют важное для обучения или общего развития ученика содержание (сюжет): перспективный или рациональный способ решения проблемы; «открытие» нового знания с помощью имеющихся математических средств; применение математических отношений, актуальных для постановки задач в разных областях знаний (часть-целое, равно-не равно, правило порядка следования, соответствие). Во-вторых, создаваемые для действий ученика ситуации предполагают понимание смысла выполняемых действий, на которые нет прямого указания в формулировке. Недостаточное владение конкретным умением или знанием, приемом вычислений, алгоритмом не позволит школьнику успешно справиться с заданием, объяснить идею решения, обосновать свое мнение или объяснить вывод. В-третьих, выполнение заданий предполагает разностороннее рассмотрение проблемы и ответы на несколько вопросов в ее рамках. Это позволяет увидеть степень понимания учеником информации, находящейся в разных частях текста (например, инструктивная часть и собственно содержание), способность использовать сведения, данные на рисунках, схемах или в таблицах. Эти формы представления часто используются как в тренировочных, так и оценочных заданиях по математической грамотности. В-четвертых, умение оформить решение и ответ в заданном или самостоятельно выбранном виде (как традиционном – запись решения и ответа, так и непривычном – рисунок или чертеж, заполнение ячеек таблицы, текст-описание или текст-рассуждение).

4. Математическое развитие. В течение всего периода обучения младший школьник постоянно привлекается к выполнению познавательных действий (анализ, сравнение, установление закономерности, обобщение), которые

помогают активизировать интеллектуальное развитие, показывают значимость интеллектуального труда, умения рассуждать, проверять предположения с использованием математических приемов, алгоритмов, свойств действий, способов нахождения величин. Уроки математики развивают воображение, пространственное мышление. Но для реализации этой идеи важно, чтобы педагог не пренебрегал упражнениями на измерения с помощью линейки, на построение и изображение геометрических фигур, конструирование. Особенностью современных уроков математики является внимание к действиям, лежащим в основе моделирующей деятельности обучающегося. Готовые модели, представленные в учебниках математики, дают значительно меньший развивающий эффект, чем модели, которые ученик составил при выполнении под руководством учителя или самостоятельно. На занятиях ребята моделируют изучаемые объекты, отношения, зависимости (например, многозначные числа, «больше в 2 раза», «чем дороже товар, тем меньше единиц его можно купить на одну и ту же сумму денег»). Развитое умение увидеть целое раньше его частей, установить взаимозависимости между математическими величинами («скорость-время-расстояние», «цена-количество-стоимость» и др.) дает начало развитию моделирующей деятельности, способности конструировать и реконструировать известные и создавать новые объекты. Методисты все чаще обращают внимание на то, что дети мало говорят на уроках, все реже комментируют и поясняют свои действия. Поэтому в обновленном стандарте и программе по математике усилена линия развития математической речи школьника.

5. Воспитание школьников на уроках математики. Воспитание на уроках математики является неотъемлемой их частью и организуется с учетом требований стандарта к личностным результатам обучения младших школьников.

Личностные результаты, которые могут достигаться средствами математического содержания: понимание ценности математических знаний для дальнейшего обучения и жизни; конструктивное обсуждение вариантов решения, способов выполнения заданий, рациональных приемов вычислений; внимательное отношение к чужому мнению. Отдельная позиция результатов – наличие положительного опыта участия в творческой деятельности. Уроки математики предполагают выполнение школьниками поисковых,

исследовательских заданий (например, на нахождение нескольких способов решения математической задачи, поиск оснований для распределения чисел или геометрических фигур на группы, на разработку плана построения фигуры с несколькими заданными свойствами и др.) Такие задания могут включать поиск информации на заданную тему, ее представление и использование для доказательного обсуждения важности экологических знаний, интереса к культурным традициям, творчеству своего народа и других народов России. Особенностью уроков математики является формирование у младших школьников понимания важности научных знаний для человека и общества, расширение базовых знаний, которые становятся фундаментом научных. Важно обращать внимание на темы, которые наиболее перспективны с точки зрения дальнейшего изучения их научной основы: свойства арифметических действий, алгоритмы вычислений и измерения, обобщенный способ решения текстовых задач, построения и измерения. Например, представления младших школьников о нумерации в начальной школе не ограничиваются работой с числами в пределах миллиона, их записью арабскими цифрами, многие школьники легко осваивают числа в пределах миллиарда, умеют применять другой способ кодирования – использовать римские цифры.

При подготовке урока и на уроке педагог тщательно рассчитывает время выполнения отдельных заданий, изучения нового вопроса, самостоятельной работы школьников. При этом многие ребята затрудняются в расчете времени при выполнении контрольной работы, домашнего задания, самостоятельного выполнения упражнений на уроке. Если уделять внимание формированию у обучающихся умения рассчитывать время своей работы, школьники начинают меньше нервничать, делают меньше «непреднамеренных» ошибок (описки, пропуски цифр, шагов решения), начинают проявлять большую заинтересованность в результатах своего труда (проверяют полноту выполнения, правильность вычислений, соответствие ответа поставленному вопросу и т. п.).

Во введении говорилось, что воспитательный процесс на уроке строится на основе интеграции учебной и внеучебной воспитательной деятельности. Воспитание интереса к интеллектуальному труду, который обеспечивает предмет «Математика», может осуществляться при активном использовании различных форм организации обучения. Многим ученикам достаточно трудно предоставить для обсуждения всеми одноклассниками своих идей, решений, но

в парной или групповой работе они готовы попробовать поделиться мнением с одним или несколькими членами команды, в которой работают. Педагогу также проще отследить, насколько эмоционально и интеллектуально отзывчив школьник во время поисковой или исследовательской работы, если он работает в небольшой группе детей. В парах (1–2 классы) и группах (3–4 классы) ребята могут выполнять задания на поиск закономерностей, выполнение свойств, проверку и обоснование истинности или ложности утверждений, нахождение нескольких способов решения, ошибочных ответов.

А.Я. Хинчин, известный методист-математик, неоднократно обращал внимание на то, что многие трудности в изучении школьником математики связаны с тем, что она «изучает не вещи, а отношения между ними»¹. Поэтому от ученика постоянно требуются способности к абстрагированию, обобщению, переносу фактов об объекте или данных о нем в новые ситуации, в которых объект отсутствует или уже заменен аналогичным, подобным, соответственным и т. п. Воспитание и развитие этих способностей успешно осуществляется на уроках, если педагог, во-первых, понимает необходимость и максимально использует занятия для формирования у школьника опыта выполнения предметных действий в соответствии с идеей и логикой решения (постоянно указывая на это, тренируя школьника в выдвижении гипотез, планировании собственного маршрута поиска ответа на вопрос) и установкой на рассуждение, объяснение каждого шага. Во-вторых, максимально использует математическое содержание с присущими ему цифрами, данными, отношениями для расширения кругозора младших школьников, повышения их культурного уровня (доля и ритм в музыке, симметрия в архитектуре, конструирование из простых фигур в живописи и т. д.).

Характеристика математической подготовки школьника:

от первого класса к четвертому

Математическая подготовка школьников 1–4 классов имеет свои особенности. Дадим краткий «математический портрет» ученика к концу каждого года обучения.

¹ Хинчин А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики // Математика в школе. – 1962. – № 3. – С. 30.

Первоклассник способен различать математические характеристики (число, количество, местоположение, результат сравнения без измерения – тяжелее, выше и т. п.) для описания знакомых предметов, количеств, фактов. Может понять (и, как следствие, ответить на вопросы, дополнить) практическую ситуацию, представленную с помощью рисунка, предметной модели, описать положение предмета на плоскости (по отношению к другому предмету) с использованием знакомой терминологии (слева-справа, над-под и т. п.). Готов действовать по правилу, а в игровой ситуации и обсуждать правило (это важно для развития умения составлять инструкцию, план). Может включаться в поиск подтверждения истинности конкретного достоверного события: использовать числовые характеристики (указать число или количество), наглядное сравнение (приложить предметы друг к другу определенным образом при сравнении по длине, высоте, росту), общеизвестные данные или информацию (календарь, содержание или шмуцтитутулы учебника и пр.).

Второклассник может использовать под руководством учителя и самостоятельно математические характеристики и величины при описании предметов, событий, объектов и количеств. Понимает, как использовать числовые данные и простейшие алгоритмы (сложения, вычитания, измерения длины отрезка, нахождения периметра) в практических ситуациях (рассчитать стоимость покупки, длину границы объекта прямоугольной формы и др.). За два года он научился составлять модели изученных сюжетных ситуаций (при решении типовых задач на нахождение суммы и остатка, увеличения или уменьшения величины на несколько единиц, на понимание смысла арифметических действий). Второклассник умеет применять арифметические действия самостоятельно для поиска ответа на вопрос о количественной характеристике события или проблемы. Самостоятельно пользоваться изученной терминологией для описания положения и взаимного расположения объектов, для формулирования предположений, ответов, выводов, связанных с арифметическими действиями (названия компонентов и результатов арифметических действий, цифр, чисел, отношений). У второклассника появился опыт составления и проверки истинности (верности) и ложности (неверности) утверждения для предложенного набора математических объектов (чисел, геометрических фигур, величин и др.), чтения, представления информации, данных на рисунке, схеме, в таблице.

Третьеклассник понимает и умеет использовать математические характеристики, описывающие разные характеристики одних и тех же предметов, явлений, событий. Может применять числа, арифметические действия и их свойства, величины и зависимости для разрешения житейских проблем (расчет времени, стоимости покупки, оценки протяженности, реализации отношений «больше/меньше на или в несколько раз» и пр.). Школьник умеет выбирать и составлять модель текста задачи, использовать модель для планирования хода действий и разрешения практической ситуации. Третьеклассник умеет составлять и применять план, алгоритм при решении разнообразных математических задач (при работе с числами, величинами, текстовыми задачами, геометрическими величинами и информацией), готов различать и называть форму, размеры (длина, периметр, площадь). Накапливает опыт применения математических методов (прикидка, оценка, перебор, представление информации и др.) для проверки истинности факта, свойства, решения; может вести поиск информации по заданному плану, алгоритму, представлять в выбранной форме и презентовать результаты поиска, решения.

Четвероклассник понимает и самостоятельно применяет числовые данные, величины, отношения и зависимости (например, чем больше уменьшаемое, тем больше разность) при описании предметов, явлений, событий, решении практических задач. Умеет сравнивать и различать объекты окружающего мира по форме, размеру, протяженности. Готов решать проблемные задачи на установление истинности (верности-неверности, возможности-невозможности события), числовую оценку, нахождение геометрических величин, расчетные задачи на движение, куплю-продажу и пр. Младший школьник имеет опыт выбора адекватных математических средств для разрешения житейских проблемных ситуаций. К концу 4 класса ученик умеет обнаруживать и использовать в решении математическую сущность объектов, вести поиск, кодировку, представление и интерпретацию информации (данных). Умеет использовать логические конструкции при построении суждений, ориентироваться в геометрических формах и моделях окружающих его предметов.

Особенности изучения разделов курса математики в соответствии с требованиями ФГОС НОО

На какие изменения в математическом содержании и его представлении в программе следует обратить внимание педагогу, организуя обучение по ФГОС НОО?

1. Основное содержание курса представлено по годам обучения, и у педагога есть возможность увидеть перспективу изучения той или иной темы.

Например, достаточно новым направлением обучения (появилось в содержании курса в 2009 году) является работа с элементами структуры и отдельными этапами решения текстовой задачи с целью повышения качества математической подготовки. В разделе «Работа с текстовыми задачами» учебного предмета «Математика» были выделены такие позиции: представление текста задачи, планирование хода решения и собственно решение. Авторы разных учебно-методических комплектов по предмету по-разному расставляли смысловые акценты: в одних внимание концентрировалось на отработке решения, в других – на получении и записи ответа, в-третьих – на составлении модели к тексту и дальнейшее ее использование для поиска способа, планирования и оформления решения. В разделе «Текстовые задачи» программы, доработанной в соответствии с обновленным ФГОС НОО 2021 года, все этапы работы над обучением решению представлены по годам обучения (см. табл. 1).

Таблица 1

Структура текстовой задачи и этапы ее решения (выдержки из ФОП НОО¹)

Класс	Работа со структурой задачи и этапами ее решения
1	Текстовая задача: <i>структурные элементы</i> , составление текстовой задачи по образцу. <i>Решение</i> задач в одно действие
2	Чтение, <i>представление текста</i> задачи в виде рисунка, схемы или другой модели. <i>План решения</i> задачи в два действия.

¹ Федеральная рабочая программа начального общего образования по учебному предмету «Математика», с. 6–17. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_1_%D0%A4%D0%A0%D0%9F_%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0-1-4_%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D1%8B.pdf

<i>Класс</i>	<i>Работа со структурой задачи и этапами ее решения</i>
	<i>Запись решения и ответа задачи. Запись ответа к задаче и его проверка</i>
3	<i>Представление на модели, планирование хода решения задачи, решение арифметическим способом. Запись решения задачи по действиям и с помощью числового выражения. Проверка решения и оценка полученного результата</i>
4	<i>Работа с текстовой задачей, решение которой содержит 2–3 действия: анализ, представление на модели, планирование и запись решения, проверка решения и ответа. Разные способы решения некоторых видов изученных задач. Оформление решения по действиям с пояснением, по вопросам, с помощью числового выражения</i>

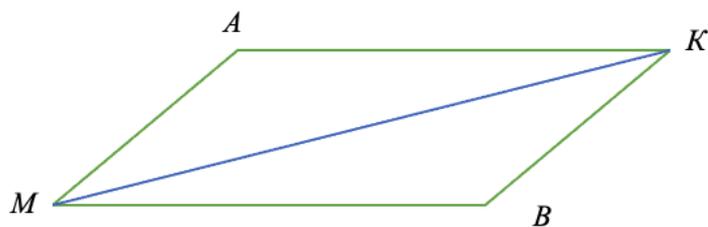
Из таблицы видно, что повышение внимания к каждому этапу решения задачи и преемственность в формировании умения выполнять каждый этап позволит сформировать у младших школьников более прочные знания по этому разделу. Аналогичный подход соблюдается и в других разделах курса.

2. В обновленной программе по математике предметные требования к математической подготовке стали более конкретными, соблюдается преемственность от класса к классу.

В программе 2009 года требования к каждому разделу были представлены на конец четвертого года обучения, то есть за весь курс. Если предположить, что ученик не справился с заданием на конкретный планируемый предметный результат, то не представляется возможным выяснить, когда, на каком этапе обучения возник сбой (ученик не понял, не научился, не отработал) и как преодолеть затруднение. Ведь требования к предметным достижениям указывают на то, с чем приступит выпускник начальной школы к следующему этапу обучения.

Предположим, что в рамках раздела «Геометрические величины» (стандарт 2009 года) четвероклассник не смог измерить длину отрезка – не выполнил такое задание:

Пример (4 класс). Измерь длину отрезка МК в миллиметрах.



Предполагаемый ответ – 115 мм, погрешность составляет 1 мм, то есть принимаются ответы 114 мм, 115 мм, 116 мм.

Это задание неоднократно предлагалось в рамках мониторинговых исследований Института стратегии развития образования. Успешность выполнения не превышала 70%. Это значит, что не менее 30% выпускников начальной школы не умеют измерять длину отрезка в заданных единицах. Обновленная программа по математике дает возможность предупредить и устранить возможные причины затруднений, потому что теперь есть возможность проследить, как от класса к классу формируются и закрепляются действия предметного и универсального характера, обеспечивающие успешность выполнения этого и аналогичных заданий и лежащие в основе дальнейшего успешного изучения курса математики.

Какие это действия? Их можно увидеть в предметных и метапредметных достижениях по годам обучения¹.

Планируемые результаты

1 КЛАСС

Предметные действия: распознавать отрезки, измерять длину отрезка (в см), сравнивать отрезки по длине (длиннее-короче).

Универсальные действия: характеризовать геометрическую фигуру (отрезок).

2 КЛАСС

Предметные действия: определять длину с помощью измерительных инструментов (линейки, сантиметровой ленты и др.), измерять длины реальных

¹ Федеральная рабочая программа начального общего образования по учебному предмету «Математика», с. 6–25. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_1_%D0%A4%D0%A0%D0%9F_%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0-1-4_%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D1%8B.pdf

объектов с помощью линейки, указывать числовые данные на рисунке/чертеже, проверять правильность измерения.

Универсальные действия: наблюдать математическое отношение часть-целое (относительно единиц длины), распределять отрезки на группы, объяснять выбор единиц при измерении, комментировать свои действия.

3 КЛАСС

Предметные действия: использовать единицы длины (см, мм) при выполнении практических действий, пользоваться измерительными инструментами для определения длины, сравнивать по длине (больше/меньше на/в), выполнять прикидку и оценку результата измерения, выполнять сложение и вычитание однородных величин, выполнять измерение по алгоритму.

Универсальные действия: конструировать геометрические фигуры, прикидывать и проверять значение длины, дополнять данными чертеж, использовать математическую терминологию и символику в ходе измерения, осуществлять переход от одних единиц измерения к другим, вести поиск и исправлять ошибки.

4 КЛАСС

Предметные действия: выполнять прикидку и оценку результата измерения, использовать измерительные инструменты (в т. ч. циркуль) для построения и измерения, сравнения длин отрезков, строить логические рассуждения, составлять план решения задачи на построение, выбирать рациональное решение.

Универсальные действия: сравнивать и записывать признак сравнения (отрезков) конструировать отрезок заданной длины, использовать терминологию при комментировании, записи решения, контролировать правильность и полноту применения алгоритма измерения.

Все эти действия и умения представлены в учебных пособиях, дидактических материалах по контролю и оценке знаний младших школьников, поэтому педагог может увидеть проблемы ученика и своевременно организовать работу по устранению и предупреждению ошибок.

3. Усиление отдельных предметных составляющих курса математики и акцент на овладении обучающимися конкретными математическими действиями.

В программе усилена работа с числами, величинами. Более широко, чем в предыдущей редакции, представлен геометрический материал. Больше внимания уделено обучению решению текстовых задач (об этом говорилось выше) и работе с математической информацией (в частности, работе с утверждениями).

Усиление геометрической линии курса проявилось в том, что в тексте ФГОС НОО работа с геометрическим материалом, развитие пространственного мышления представлено в 4 из 7 пунктов требований к математической подготовке школьника: число рассматривается как результат счета и измерения (пункт 1), указано на необходимость развития пространственного мышления, умений строить и измерять (пункт 3), знать алгоритмы измерений (пункт 4), развивать способности к установлению пространственных отношений при решении практических задач (пункт 7).

4. Планомерное формирование универсальных учебных действий.

В 1–2 классах осуществляется пропедевтика формирования учебных действий универсального характера: закладываются основы выполнения необходимых учебных операций и их комбинаций. Например, для классификации, сравнения, обобщения и других действий начальным этапом выполнения будет служить операция называния исходных объектов. Поэтому важно научить первоклассников и второклассников правильно называть геометрические фигуры («квадрат», «куб», а не «квадратик», «кубик»), числа, действия и их компоненты (вычитание, вычитаемое), элементы структуры задачи (условие, вопрос), а также фиксировать этот шаг в решении, обсуждать его (отвечать на вопросы: «Все ли числа прочитаны?», «Сколько фигур будем сравнивать между собой?»), использовать для решения. Так, ответ на вопрос «Что я услышал общего, когда читал числа?» может помочь установить основание для классификации чисел (если, к примеру, в задании даны числа 31, 37, 39, 43, 45, 49). Обратим внимание, что речь идет не только о формировании актуальных для математики интеллектуальных, поисковых, информационных действий. Построение речевого высказывания, создание устных и письменных текстов – действия, которые и формируются, и применяются при изучении математического материала. В таблице 2 представлены действия, которые могут быть успешно освоены в 1–2 классах.

Универсальные учебные действия (на основе программы по математике).
 Построение речевого высказывания, создание устных и письменных текстов
 (пропедевтический этап)

Действия на основе изученного содержания	1 класс	2 класс
Некоторые коммуникативные универсальные учебные действия	Характеризовать число, фигуру, последовательность чисел; описывать положение предмета в пространстве, сюжетную ситуацию, математическое отношение	Конструировать утверждения, выводы относительно данных объектов; конструировать утверждения с использованием слов «каждый», «все»

5. Включение младших школьников в совместную математическую деятельность.

Характерной для математики является деятельность, связанная с конструированием геометрических фигур, разбиением целого на части, переходом от одних единиц величин к другим в соответствии с учебной проблемой.

В ходе совместной деятельности, распределенной по годам обучения, младшие школьники учатся:

- участвовать в парной работе с математическими задачами (1 класс);
- решать в ходе командной работы математические проблемы поискового характера (все варианты решения, новый способ или прием оформления и т. п.), использовать или наблюдать действие измерительных инструментов (2 класс);
- определять значения величин, выполнять прикидку и оценку результата (3 класс);
- договариваться о способе решения математической задачи, согласовывать мнения при поиске доказательства, формулировании объяснения

к полученному ответу, проводить расчеты, разметку, проверку и оценку и т. д. (4 класс).

Трудности, которые возникают у младших школьников при изучении математики, могут быть как чисто предметными, так и обусловленными причинами общеучебного характера. К последним относятся неготовность удержать учебную задачу, незнание математического термина или понятия, недостаточность опыта применения сравнения, анализа, смыслового чтения или несформированность других универсальных учебных действий. Также следует отметить, что предметные трудности могут провоцироваться чрезмерным объемом заданий воспроизводящего характера, невниманием педагога к обсуждению идеи и плана выполнения задания, анализу ответа и других способов его получения, недостаточное применение инициативных действий детей (взаимопроверка, коллективное обсуждение гипотез, поиск наиболее рационального решения).

Выбирая учебник или учебное пособие, педагогу стоит обратить внимание на акценты, которые расставляют авторы в содержании обучения в каждом классе. Приведем пример. Авторы С.С. Минаева, Л.О. Рослова и др. (учебник под ред. В.А. Булычева) во втором классе указывают на необходимость повышения внимания к устным вычислениям, отработке приемов получения результата сложения, вычитания, умножения и деления. Действия с именованными числами предлагается сопровождать комментированием, работа с геометрическим материалом ориентирована на работу с терминологией и развитие конструкторских умений. Также в программе второго класса много внимания уделяется развитию умения применять математику для решения жизненных и учебных задач.

Раздел «Числа и величины»

«Числа и величины» – раздел курса математики, формирующий основы теоретических математических знаний младших школьников. Изучая числа, обучающиеся уже в 1 классе знакомятся с идеей математической абстракции. В соответствии с требованиями ФГОС НОО число рассматривается как результат счета и измерения. Методика работы с содержанием раздела в целом традиционна. В отличие от предыдущей редакции рабочей программы, в федеральной рабочей программе по математике 2023 года расширено содержание, связанное с разностным и кратным сравнением чисел, представлением числа в виде суммы разрядных слагаемых, характеристикой числа и группы чисел (общее и различное, основания для группировки), упорядочением чисел. При работе с величинами важно обратить особое внимание на практические, поисковые и исследовательские действия, которыми овладевает ученик.

1 класс

Актуализируются сведения обучающихся о числе, которые были получены в дошкольный период. На уроках в 1 классе необходимо проводить работу с раздаточным материалом для формирования устойчивых представлений о числе как результате счета, индивидуализировать работу по переходу от счета конкретных предметов с опорой, присчитывания к выполнению отвлеченного счета. Практические действия с использованием карандаша, линейки на листе в клетку позволяют дополнить сведения о числе как результате измерения. В течение всего года дети под руководством педагога отрабатываются такие функции числа, как характеристика количества объектов (ответы учеников на вопросы «Сколько ...?», «Сколько всего..?»), характеристика места объекта в ряду объектов (ответ на вопросы «Который по счету ...?», «Между какими по счету объектами расположен данный объект?»).

Традиционным является подход к изучению материала, связанного с нумерацией. Сначала изучаются числа от 1 до 9, затем числа 0 и 10, а потом числа в пределах 20. Внимание акцентируется на различении, чтении и записи чисел первого десятка, их сравнении и упорядочивании, на понимании состава, сравнении чисел от 2 до 10. К концу первого полугодия учащиеся овладевают нумерацией в пределах первого десятка, знают, как образуются числа до 10

из двух меньших, могут привести примеры чисел, бóльших или меньших данного и подтвердить свой выбор с помощью раздаточного материала.

Во втором полугодии работа с числом расширяется. Школьники знакомятся с устройством двузначного числа – оно записывается с помощью цифр, десятичным принципом записи чисел второго десятка. Особое внимание уделяется моделированию практических и учебных ситуаций, требующих пересчета, счета, присчитывания и отсчитывания, упорядочения по количеству. Это принципиально важно для становления осознанной, целенаправленной, самостоятельной учебной деятельности обучающихся.

Особенностью программы является расширенная устная работа по увеличению/уменьшению сначала количества, а затем числа на несколько единиц. Эта работа может проводиться с использованием потенциала парной работы, игровых упражнений, игр-соревнований.

Работа с величинами в 1 классе сводится к наблюдению за изменением, процессом сравнения длин (преимущественно без измерения) – роста, высот, расстояний между объектами. Педагог организует выполнение заданий по наблюдению за числами в окружающем мире, действием измерительных приборов (весов, электронных линеек, песочных часов и пр.). Первоклассники участвуют в работе (парной, игровой фронтальной) по правилам (предложенным учителем, согласованным с другим учеником или уже известным): моделирование учебных ситуаций, связанных с применением представлений о числе в практических ситуациях; формулирование вопросов, связанных с порядком чисел, увеличением/уменьшением числа на несколько единиц, установлением закономерности в ряду чисел.

Начиная с 1 класса целесообразно проводить методическую линию по развитию у школьников умения работать с математическим текстом, смысловому чтению, самостоятельному составлению текстов (описаний, рассуждений). Для многих первоклассников характерно недостаточно развитое умение слушать текст, который произносит взрослый или одноклассник, и воспроизводить основную информацию. Это затрудняет обучение, поскольку дети склонны отвлекаться на несущественное в услышанном, пропускают длинные или непонятные слова, не дослушивают текст до конца и оперируют только частью воспринятых данных. Для того чтобы предупредить подобные проблемы и обеспечить формирование таких планируемых результатов, как «описывать своими словами сюжетную ситуацию и математическое

отношение», «удерживать задачу в процессе деятельности»¹, целесообразно организовать специальную работу с математическим текстом. Приведем пример задания на слушание и рассматривание.

Задание. Из чисел 6, 9, 11, 2, 1, 4

- выберите и назовите все числа, которые меньше 5;
- выберите число, которое больше двух и меньше шести;
- запишите числа, которые меньше 10.

При работе над каждым из трех пунктов учитель может задавать такие вопросы на понимание: «Нужно ли называть все записанные числа?», «Можно назвать число 4? Почему?» (к первому вопросу). «Как вы думаете, сколько чисел надо выбрать?», «Можно записать число 9? Почему?», «Требуется ли в задании записывать число 4?» (к второму вопросу). «Назовите свойство, которым обладают числа, которые нужно записать.», «Сколько чисел нужно записать?», «Можно ли только назвать числа, которые меньше 10?» (к третьему вопросу). Обратим внимание, что для детей с разным уровнем мотивации и интереса к предмету задание можно упростить – упорядочить числа – или усложнить – добавить числа 5 и 10.

Прочные представления о числе помогают школьникам в освоении содержания других разделов, в частности, при знакомстве с текстовой задачей. Приведем пример.

Задание. Таня сделала несколько пирожков, а Катя 5. Известно, что Таня сделала пирожков больше, чем Катя. Сколько пирожков могла сделать Таня? Подчеркни.

а) 3, б) 8, в) 5, г) 6 .

Новое оцениваемое предметное действие – составлять задачу по образцу – базируется не только на понимании сюжетной ситуации, но и на готовности правильно отобразить числовые данные.

2 класс

Во 2 классе углубляются представления учащихся о числе. Младший школьник учится разбираться в десятичном составе чисел, записывать равенства

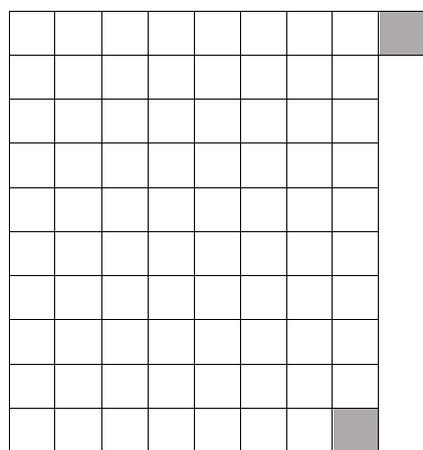
¹ Федеральная рабочая программа начального общего образования по учебному предмету «Математика», с. 9.– URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_1_%D0%A4%D0%A0%D0%9F_%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0-1-4_%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D1%8B.pdf

и неравенства с числами, увеличивать и уменьшать число на несколько единиц или десятков, сравнивать и проводить разностное сравнение чисел.

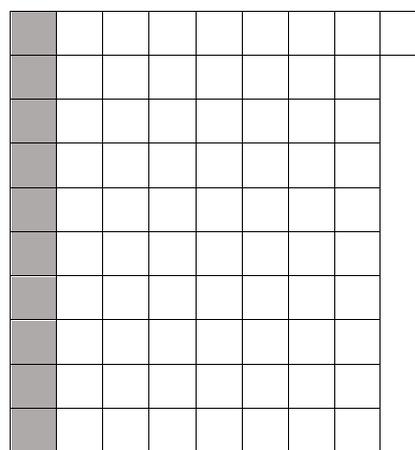
Во втором классе обучающиеся осваивают конкретные и абстрактные действия с числами. Конкретные предметные действия – счет, измерение, изменение количества – в дальнейшем будут использоваться для объяснения, доказательства идей и выводов, проверки результатов вычислений. Абстрактные действия – поразрядная запись, увеличение и уменьшение числа на несколько единиц (единиц разряда) – лежат в основе теоретических математических представлений о числе. Для повышения успешности самостоятельного выполнения школьниками абстрактных действий современная методика обучения математики предлагает педагогу более активно использовать действие моделирования. При работе с числами школьники учатся моделировать двузначные числа, отношения (часть-целое), зависимости (увеличивается/уменьшается), придумывают и изображают графически или с помощью условных обозначений сюжетные ситуации с числовыми данными. Рассмотрим пример.

Задание. Гриша уменьшил число 81 сначала на 2 единицы, а затем это же число уменьшил на 1 десяток. В каком случае получилось большее число?

Для многих второклассников получение правильного ответа не будет простым. Ведь в основе правильного ответа лежит четкое представление о десятичном принципе записи двузначного числа, а школьники могут еще не располагать достаточным опытом. Использование модели для подтверждения высказанной гипотезы-ответа на вопрос, с одной стороны, позволит показать, как получается правильный ответ, а с другой – будет способствовать формированию теоретических знаний. Модель ответа может быть такой (рис. 1):



Уменьшил на 2 единицы



Уменьшил на 1 десяток

Рис. 1

Моделирование учебной ситуации в данном случае включало представление числа 81 как 8 десятков-клеток и 1 единицы-клетки и уменьшение количества в одном случае на 2 клетки, а в другом – на 1 десяток клеток. Как только ученики назовут получившиеся наглядно представленные числа, им не составит труда сравнить ответы. Такой подход может использоваться и в дальнейшем при работе над устными и письменными вычислениями, при доказательстве правильности полученного результата вычитания, сложения.

Изучение величин во 2 классе включает сравнение объектов по массе, времени, длине, а также установление соотношения между величинами в пределах 100. Обратим внимание, что непосредственное измерение относится к разделу «Пространственные отношения и геометрические фигуры», а сравнение без измерения – к разделу «Числа и величины». Приведем пример задания на сравнение по длине и представление решения на модели.

Задание. Карандаш длиннее ручки, маркер короче ручки. Расположи предметы в порядке возрастания их длины.

Решение представлено на рисунке 2.

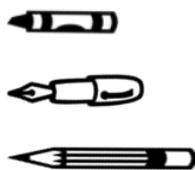


Рис. 2

Очевидно, что задание может быть выполнено и без использования модели. Но модель помогает ученику прокомментировать решение, подкрепляя слова наглядными образами, убедиться в правильности выполнения. Если возникнет затруднение или ошибка (например, изображены только два предмета или какой-то из трех предметов оказался не на своем месте), то модель покажет, какие шаги уже выполнены, с чего продолжить рассуждение, ученику легче будет увидеть, что в расположении предметов не соответствует тексту задания. В 1 классе педагог включал детей в обсуждение и моделирование самой математической ситуации, теперь внимание педагога смещается к использованию готовых и самостоятельно составленных простых моделей для одно-двухшаговых решений.

В процессе изучения числового материала и величин систематически предлагаются упражнения на сравнение групп чисел, чисел между собой, распределение чисел на группы (например, в процессе парной работы).

3 класс

При изучении чисел в пределах тысячи делается акцент на работе с математической терминологией. Третьеклассник учится читать числа, числовые равенства и неравенства, комментирует процессы представления числа в виде суммы разрядных слагаемых, разностного и кратного сравнения, а также увеличения или уменьшения числа на несколько единиц разряда. Изучение величин включает установление соотношений между величинами массы, времени, стоимости в пределах 1000. При работе с числами и величинами увеличивается количество упражнений на сравнение, классификацию, установление закономерности и продолжение предложенного ряда математических объектов, упорядочение, моделирование предложенной ситуации. В 3 классе обучающиеся выполняют простейшие действия с величинами: сравнение, увеличение/уменьшение на однородную величину в тех же единицах, разностное и кратное сравнение. Также знакомятся с долями величины.

При изучении величин может эффективно использоваться действие моделирования, которое помогает школьнику перевести проблему на язык математики, выделить существенное в характеристике математического объекта (числа, величины), спланировать решение, подобрать удобный способ действий.

Умение устанавливать разностное и кратное сравнение чисел позволит младшим школьникам научиться решать большой круг практических расчетных задач на действия с величинами. Третьеклассники смогут выяснить, какой товар дороже или дешевле (на сколько, во сколько раз), какой объект движется быстрее или медленнее по времени (на сколько, во сколько раз), какой предмет тяжелее или легче (на сколько, во сколько раз). Также в рамках этого раздела курса математики школьники смогут сравнивать длины и площади (пп. 162.8.1.5 и 162.8.1.6 ФОП НОО), хотя процесс измерения длин, площадей, а также построение фигур определенной длины и площади рассматривается в разделе «Пространственные отношения и геометрические фигуры».

В 3 классе при изучении раздела «Числа и величины» формируется умение составлять ряд чисел по самостоятельно выбранному правилу. Для достижения этого результата педагогу важно обратить внимание обучающихся на использование в учебном процессе упражнений на установление закономерности в ряду чисел или величин, продолжение заданного ряда.

Рассмотрим два примера, аналогичные которым предлагаются в учебных пособиях, материалах по контролю и оценке знаний.

Задание (первое). Запиши следующее число последовательности:

27, 36, 45, 54, ____.

Задание (второе). Ваня выкладывает из кругов фигуру рядами:

1 ряд	●
2 ряд	● ● ●
3 ряд	● ● ● ● ●
4 ряд	● ● ● ● ● ● ●
...	...

Если он продолжит выкладывать круги в той же последовательности, то сколько кругов он положит в пятом ряду? Сколько кругов он положит в седьмом ряду?

Задания способствуют формированию умения продолжать последовательность на основе самостоятельно установленного правила. Очевидно, что успешное выполнение первого задания основано на готовности ученика понять, как устроена числовая последовательность (каждое следующее число, начиная со второго, на 9 больше предыдущего) и продолжить ее по этому правилу. Обсуждение этого задания на уроке поможет установить, как дети рассуждают: а) видят ли, что это – часть таблицы умножения на девять, б) видят закономерность в записи каждого следующего числа – количество десятков на 1 увеличивается, а единиц – на 1 уменьшается. В данном случае можно обсудить рациональность и правильность выполнения задания, прокомментировать решение шаг за шагом.

Второе задание – более сложное – устроено так, чтобы его «не испугался» ученик, имеющий слабую мотивацию к изучению курса математики. Формулировка отличается от привычной, но это задание может выполнить любой ученик, если поймет суть математической проблемы. Ответ на первый вопрос показывает, понял ли школьник правило, по которому изображаются круги, а второй – может ли пользоваться этим правилом. Стоит обратить внимание на то, что в формулировке задания не говорится о необходимости поставить в соответствие последовательности кругов последовательность из чисел и ее продолжения. Этот вывод – идею решения – ученик формулирует

для себя сам. При успешном решении ученик может рассуждать так: имеется последовательность 1, 3, 5, 7. Каждое следующее число на 2 больше предыдущего. Значит, в пятом ряду будет число 9, то есть у фигуры будет 9 кругов в пятом ряду, 13 – в седьмом. Это задание иллюстрирует также возможность проверки правильности выполнения задания, поиска и исправления ошибки на наглядной основе.

Обратим внимание, что третьеклассник к концу года может упорядочивать не только числа и величины, но и геометрические фигуры по величине (периметру, площади).

4 класс

В 4 классе формируются представления о многозначных числах (моделирование, чтение, сравнение и упорядочение), умения представлять их в виде суммы разрядных слагаемых, дополнять до заданного числа, увеличивать и уменьшать на несколько единиц разряда, а также в разы (в несколько раз больше или меньше). Предусмотрено знакомство обучающихся с записью больших чисел и использование сокращенных наименований «тыс.», «млн». В 3–4 классах обобщаются представления обучающихся о взаимосвязанных величинах (цене, количестве и стоимости; скорости, времени и расстоянии и пр.). Приобретенные знания отрабатываются в новых ситуациях, расширяются при решении текстовых задач на зависимости между величинами, отраженные в сюжетах «движение», «работа», «купля-продажа» и др. В рамках этого раздела ученик осваивает и закрепляет умение решать задачи на нахождение доли конкретной величины (длины, площади, массы, времени): половина килограмма, четверть площади квадрата со стороной ... см, треть часа, сотая часть метра. Рассматриваются сюжетные ситуации, в которых требуется рассчитать величину по значению ее доли. Например: «За четверть часа автобус проехал 10 км, сколько километров он проедет за час, если будет ехать с той же скоростью?»

Для иллюстрации представлений о числах, которые формируются к концу обучения в начальной школе, рассмотрим такое задание:

Задание. Таня записала пятизначное нечетное число, у которого в разряде сотен стоит цифра 0. Выбери это число.

- 1) 4065 2) 14037 3) 48303 4) 24074

От четвероклассника требуется выделить три свойства, которыми обладает заданное число, и проверить одновременное выполнение всех условий для каждого из данных чисел. Это задание предлагалось во время мониторингов по математике Института стратегии развития образования в 2018–2022 гг. Статистика показывает, что успешно это задание выполняют (выбирают ответ 2) только 75% четвероклассников. Ниже в таблице 3 представлены ошибки и частота, с которой их допускают обучающиеся.

Таблица 3

Ошибки в выполнении задания

<i>Номер неверного ответа</i>	<i>Свойство числа, которое ошибочно выбрали ученики</i>	<i>Свойство числа, которое надо проверить</i>	<i>Сколько учеников выбрали этот неверный ответ?</i>
1)	Четырехзначное	Пятизначное	5%
4)	Четное	Нечетное	16%
3)	Цифра 0 в разряде десятков	Цифра 0 в разряде сотен	4%

Каждое из указанных свойств осваивалось школьниками в течение нескольких лет, все перечисленные характеристики необходимо знать и понимать для дальнейшего изучения математики. Если спросить у педагога: «Умеют ли Ваши ученики различать числа – пятизначные, четырехзначные?», «Могут ли сказать, четное число или нечетное?», «Знают ли, где в записи числа находятся десятки, сотни?», во всех случаях ответ будет «да». Это говорит о том, что ошибки школьников заключаются не в том, что они не владеют математической терминологией, не знают свойств чисел, а в том, что не выделяют и/или не удерживают все условия этой задачи. К примеру, ученик, который выбрал первый ответ, смог выделить и удержать только два свойства из трех: нечетность и наличие цифры 0 в разряде сотен. Можно предположить, почему это случилось. Например, у ученика не было возможности проявить инициативу и самостоятельность в выделении всех условий задания. Такое могло произойти, если при выполнении аналогичных заданий учитель брал на себя руководство выполнением: «Ребята, какие свойства имеет число, которое мы ищем? Проверьте наличие этих свойств у каждого числа. Не забывайте, нужно проверить все три свойства». Подобное руководство лишало ученика

возможности организовать свою работу над этим заданием, проявить самоконтроль в проверке всех свойств у каждого числа.

Для профилактики подобных ошибок можно в процессе обучения специально учить детей сначала в совместной работе (с педагогом, другими учениками), а затем самостоятельно планировать ход решения задачи, контролировать, все ли этапы выполнены, все ли условия учтены. Также для профилактики затруднений можно предложить выстраивать работу от более простых упражнений – на поиск чисел с одним-двумя заданными свойствами, составление аналогичных заданий, поиск ошибок в выполнении подобных упражнений – к более сложным.

Работа с величинами в 4 классе предполагает расширение и закрепление представлений о соотношениях между величинами и их использование для решения практических, расчетных, текстовых задач.

В 4 классе при изучении раздела закрепляются такие универсальные учебные действия, как правильное применение математической терминологии в высказываниях и рассуждениях, сравнение, классификация по 1–2 основаниям, выбор формы представления решения. Моделирование ситуации также помогает школьникам решать отдельные задачи более рационально, наглядно проверять правильность выполнения.

Например, моделирование может помочь выполнить такое задание:

Задание. Докажите, что 2 ц 5 кг яблок больше, чем 150 кг яблок.

Для решения может быть составлена арифметическая или графическая модель.

В первом случае будет составлена и проанализирована такая запись:

$$2 \text{ ц } 5 \text{ кг} = 205 \text{ кг}$$

$$250 \text{ кг} = 2 \text{ ц } 50 \text{ кг}$$

$$250 \text{ кг} > 2 \text{ ц } 5 \text{ кг}$$

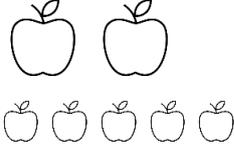
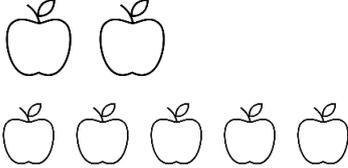
Во втором случае для решения можно использовать условные обозначения:

 – 1 кг яблок

 – 10 кг яблок

 – 100 кг яблок = 1 ц яблок

Таблица 4

2 ц 5 кг	250 кг
	

Из таблицы видно, что «яблок» больше справа, поэтому можно сделать вывод, что $250 \text{ кг} > 2 \text{ ц } 5 \text{ кг}$. Несмотря на то, что основы сравнения величин закладывались при обучении во 2–3 классах и многие четвероклассники могут сразу поставить знак сравнения, важно систематически возвращаться к комментированию процесса сравнения с использованием обобщенного варианта действий (первый случай) или конкретного наглядного (второй случай).

Следует отметить, что работа по моделированию при изучении содержания таких разделов, как «Числа и величины», «Математическая информация», поможет учителю подготовить детей к включению этапа моделирования (представления текста – составления краткой записи) при работе с текстовой задачей.

Раздел «Арифметические действия»

Традиционно этот раздел является центральным в курсе математики начальной школы. Успешность его освоения обеспечивают прочные предметные знания и умения по разделам «Числа и величины» и «Математическая информация». В предметных результатах по учебному предмету «Математика»¹ указывается, что в процессе обучения должны быть сформированы вычислительные навыки, умение «выполнять устно и письменно арифметические действия с числами, ... оценивать полученный результат по критериям: достоверность/реальность, соответствие правилу/алгоритму, ... использовать изученные алгоритмы вычислений»² В планируемых результатах по этому разделу акцент сделан на понимании смысла действий, правильном использовании терминологии, применении алгоритмов и приемов вычислений. Отметим, что, несмотря на то, что программа не содержит уравнений, серьезное внимание педагогу необходимо уделить нахождению неизвестного компонента арифметического действия (сложения, вычитания, умножения, деления).

Ниже в таблице 5 представлены предметные требования к арифметической подготовке по годам обучения

Таблица 5

Требования к арифметической подготовке младшего школьника³

Класс	Планируемые результаты обучения по разделу «Арифметические действия»
1	– выполнять арифметические действия сложения и вычитания в пределах 20 (устно и письменно) без перехода через десяток; – называть и различать компоненты действий сложения (слагаемые, сумма) и вычитания (уменьшаемое, вычитаемое, разность)
2	– находить число, большее или меньшее данного числа на заданное число (в пределах 100), в заданное число раз (в пределах 20); – устанавливать и соблюдать порядок при вычислении значения числового выражения (со скобками или без скобок), содержащего действия сложения и вычитания в пределах 100;

¹ ФГОС НОО, п. 43.4.

² Там же, с. 46. Лучше пункт

³ Федеральная рабочая программа начального общего образования по учебному предмету «Математика», с. 6–25.

	<ul style="list-style-type: none"> – выполнять арифметические действия: сложение и вычитание в пределах 100 – устно и письменно; умножение и деление в пределах 50 с использованием таблицы умножения; – различать и называть компоненты действий умножения (множители, произведение), деления (делимое, делитель, частное); – находить неизвестный компонент сложения, вычитания; – приводить примеры, подтверждающие суждение, ответ; – проверять правильность вычисления
3	<ul style="list-style-type: none"> – находить число, большее или меньшее данного числа на заданное число, в заданное число раз (в пределах 1000); – выполнять арифметические действия: сложение и вычитание (в пределах 100 – устно, в пределах 1000 – письменно), умножение и деление на однозначное число, деление с остатком (в пределах 100 – устно и письменно); – выполнять действия умножения и деления с числом 0 и 1; – устанавливать и соблюдать порядок при вычислении значения числового выражения (со скобками или без скобок), содержащего действия сложения, вычитания, умножения, деления; – использовать при вычислениях переместительное и сочетательное свойства сложения; – находить неизвестный компонент арифметического действия; – при решении задач выполнять сложение и вычитание однородных величин, умножение и деление величины на однозначное число; – выполнять действия по алгоритму; – выбирать верное решение математической задачи
4	<ul style="list-style-type: none"> – находить число, большее или меньшее данного числа на заданное число, в заданное число раз; – выполнять арифметические действия: сложение и вычитание с многозначными числами письменно (в пределах 100 – устно), умножение и деление многозначного числа на однозначное, двузначное число письменно (в пределах 100 – устно), деление с остатком – письменно (в пределах 1000); – вычислять значение числового выражения (со скобками или без скобок), содержащего 2–4 арифметических действия,

	<p>использовать при вычислениях изученные свойства арифметических действий;</p> <ul style="list-style-type: none"> – выполнять прикидку результата вычислений, проверку полученного ответа по критериям: достоверность (реальность), соответствие правилу (алгоритму), а также с помощью калькулятора; – находить неизвестный компонент арифметического действия; – дополнять алгоритм, упорядочивать шаги алгоритма; – составлять числовое выражение; – выбирать рациональное решение, все верные решения из предложенных
--	---

1 класс

Школьники приступают к изучению арифметических действий во второй четверти. Представления о сложении – первом изучаемом действии – формируются на основе представлений первоклассников о составе числа. С самого начала изучения арифметических действий важно уделять внимание работе над пониманием школьниками смысла арифметических действий (сложение – присоединение, объединение, слияние и т. п.; вычитание – отсоединение, отделение и т. п.). Отдельного времени требует формирование представлений о вычитании как действии, обратном сложению.

В первом полугодии первоклассники выполняют преимущественно действия в пределах 10, во втором – в пределах 10 и 20. Переместительное свойство сложения так же, как сами арифметические действия сложения и вычитания, обучающиеся осваивают с опорой на наглядность.

Рекомендуем обсуждать разные приемы (способы) получения значения суммы, разности. Например, чтобы найти значение суммы чисел 8 и 2 ученики могут опереться на состав числа (прием 1), могут присчитать по одному (прием 2), могут использовать линейку (прием 3).

Специальное внимание необходимо уделить терминологии. Важно, чтобы первоклассники своевременно и правильно ее использовали. Например, во время математических диктантов можно предлагать: а) записывать числовые выражения «сумма чисел три и пять», «к трем прибавить пять», «сумма трех и пяти», «три плюс пять»; б) называть или записывать результат действия: «из пяти вычесть три», «разность пяти и трех», «пять минус три получится...». Если такая работа будет проводиться систематически, то уже к концу третьего года

обучения составление числовых выражений, комментирование хода вычисления или процесса нахождения неизвестного компонента арифметического действия не будет вызывать затруднений у младших школьников.

Сложение и вычитание с переходом через десяток изучается во втором полугодии, первоклассники осваивают разные приемы получения результата. Освоение этих действий в пределах 20 будет продолжено во втором классе.

С 1 класса обучающиеся учатся проверять результат вычислений. Для проверки можно использовать другой прием, выполнить проверку вычитания сложением, показать на модели правильность или ошибочность действия. В отдельных случаях на ошибочность результата указывает его нереальность. Например, первоклассник выполнил действие $7 + 2$ и получил в результате 5. Недостаточный опыт использования знаков арифметических действий часто приводит к тому, что первоклассники неправильно их используют. При этом мало указать на то, что выполнено не то действие, важно обсудить наличие зависимости между действием и результатом (например: «Если вычитаем из числа, то оно уменьшается», «Если прибавляем к числу, оно увеличивается»; кроме случаев выполнения действия с нулем, но они рассматриваются при изучении темы «Действия с нулем»).

2 класс

Во 2 классе формируются и расширяются представления о четырех арифметических действиях. Развиваются умения складывать и вычитать однозначные и двузначные числа без перехода и с переходом через разряд. Серьезное внимание уделяется разным приемам выполнения, которые становятся основой для овладения приемами устного счета.

Работа с математической терминологией дополняется компонентами умножения и деления, комментированием нахождения неизвестного компонента сложения (вычитания). Педагогу важно уделить внимание формированию умения приводить примеры сумм, разностей, произведений, частных с данными компонентами/компонентом или результатом действия. Это развивает математическую речь, помогает ученику в дальнейшем успешно читать и составлять числовые выражения, приводить контрпримеры, устанавливать зависимости. Так, второклассник уже может проанализировать числовое равенство и высказать предположение, как изменится значение разности, если уменьшаемое увеличить, а вычитаемое не изменять. Свое предположение он

может проиллюстрировать примером (общий вывод может пока сделать только педагог). Многие второклассники успешно справляются с таким заданием.

Задание. Катя утверждает, что, если вычитаемое увеличить, а уменьшаемое не изменять, то разность увеличится.

Для опровержения этого утверждения Кати достаточно привести контрпример:

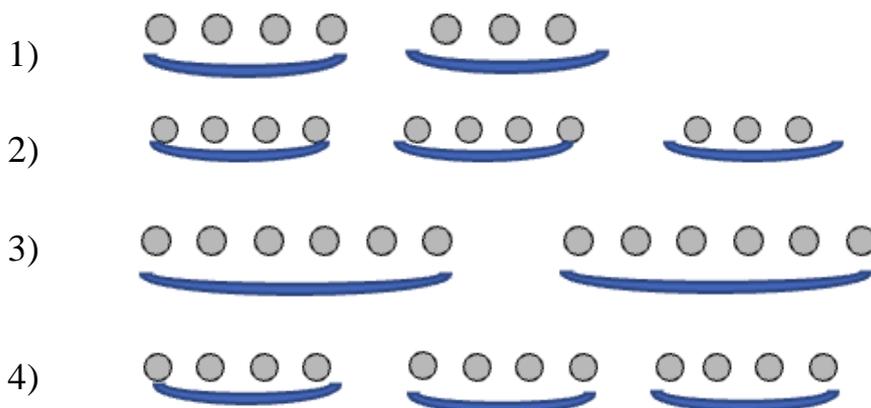
$$25 - 3 = 22;$$

$$25 - 5 = 20.$$

Значит, если увеличить вычитаемое, то разность уменьшится.

Одной из наиболее трудных тем 2 класса является «Умножение и деление в пределах 50». Для ее успешного освоения школьниками необходимо вести расширенную работу над пониманием смысла действий, использованием переместительного свойства умножения. При этом приоритетным в методике обучения является не направленность на автоматизацию умения, а работа над пониманием смысла действия и формирование способности объяснять ход получения ответа в конкретных жизненных и далее в формальных (абстрактных) учебных ситуациях («Вычисли», «Найди произведение» и т. п.). Целесообразно увеличить количество таких упражнений, особенно для устной работы. Приведем пример такого задания:

Задание. На тарелках лежат орехи. Костя пересчитал их и составил запись $4 \cdot 3$. Как располагались орехи на тарелках?



Обратим внимание, что в соответствии с требованиями ФРП по математике второклассникам нужно научиться умножать и делить на 2, 3, 4 и 5. Для лучшего освоения темы предлагаем использовать разные методические приемы:

- счет двойками (тройками, четверками, пятерками) сначала конкретных предметов, затем отвлеченный счет;

- умножение, деление с использованием числового луча, изображенного на листе в клетку;

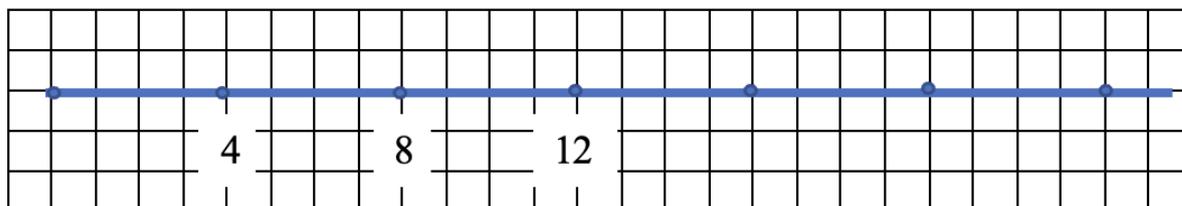


Рис. 3

- использование таблицы Пифагора и применение геометрического смысла умножения;
- составление практических заданий с вопросами, для ответа на которые нужно выполнить умножение или деление;
- включение школьников в игровые ситуации, в которых нужно выполнить деление по содержанию или на равные части с числами 2, 3, 4, 5. Например: «Как можно распределить 30 второклассников в команды, чтобы в каждой было одинаковое количество игроков? Сколько получится команд? Сколько игроков будет в каждой команде?»
- работа с терминологией действий умножения и деления. Например, во время математических диктантов записывать числовые выражения или результаты действий: «Запишите произведение трех и шести», «Найдите частное чисел 18 и 3», «Сколько получится, если умножить 3 на 6?», «Сколько получится, если разделить 18 на 3?» и т. п.

Работа с терминологией во 2 классе включает также комментирование использования разных приемов сложения, вычитания.

Задание. Саша и Миша вычисляли сумму $35 + 24$ разными способами. Объясни, как рассуждал каждый из них.

Решение Саши:

$$35 + 24 = (35 + 20) + 4 = \bullet + 4 = \bullet .$$

Решение Миши:

$$35 + 24 = (35 + 4) + 20 = \bullet + 20 = \bullet .$$

Содержание разных разделов курса математики тесно взаимосвязано. Представления о числах, их десятичной записи широко используются при выполнении арифметических действий с ними. Чтобы второклассник смог успешно находить число, которое больше/меньше данного числа, ему нужно иметь представление о записи арифметических действий, умение вычислять,

делать это по-разному. Например, если число 25 нужно увеличить на 3 десятка, то в ходе фронтального обсуждения можно предложить выполнить устные вычисления: «К двум десяткам и пяти единицам прибавляем три десятка; складываем десятки с десятками, получаем 5 десятков и 5 единиц, то есть число 55». Или сделать письменную запись: « $25 + 30 = 55$ ». Оба способа вычислений актуальны и пригодятся школьникам в дальнейшем. Возможно, педагог обсудит и другие способы.

Раздел также тесно связан с «Текстовыми задачами». Задачи на понимание смысла арифметических действий занимают существенное место в программе 2 класса. Успешное освоение и применение арифметических знаний обеспечивает активное использование формирующихся у школьника действий универсального характера, например поиск и применение разных способов и приемов решения (вычисления). Приведем пример задания:

Задание. Марк решил в течение недели запоминать ежедневно по три новых слова из английского языка. Сколько слов он планируем запомнить за пять дней?»

Первый способ, который может реализовать даже первоклассник, – использование действия сложения: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$ (слов). Вторым способом могут применить только второклассники, которые понимают, как устроено действие умножения: $3 \cdot 5 = 15$ (слов). Первый способ, очевидно, более простой, но менее рациональный и очень трудоемкий. Ученик может ошибиться, последовательно прибавляя к трем по 3 четырежды (суммировать, к примеру, меньшее или большее количество «троек»). Вторым способом не готовы пользоваться второклассники, которые еще не накопили учебный опыт работы с умножением в практических ситуациях, в которых нужно увидеть суммирование равных слагаемых и заменить его умножением. Разные приемы решения, рассуждения, вычисления отрабатываются на разном предметном содержании. Так, при изучении периметра во 2 классе педагог может включить в урок выполнение практической работы по нахождению значения периметра прямоугольника с помощью линейки. Ученик сможет либо находить сумму четырех чисел, либо сумму двух произведений, либо произведение суммы и числа.

Знакомство с разными способами решения одной и той же математической задачи повышает учебную активность второклассника,

он учится проверять себя, используя другой прием нахождения ответа. Часто выбор способа решения на контрольной работе зависит не от уровня предметной подготовки, а от меры тревожности ученика. Если материал усвоен непрочно, если обучающийся не понимает математическую проблему, он начинает искать самый простой способ (к примеру, предметная иллюстрация ситуации или перебор всех возможных ответов). Показателен такой пример. Нередко во время итоговой работы четвероклассник, вычисляя площадь фигуры, составленной из прямоугольников, использует способ разбиения на единичные квадраты. А это способ, который впервые применяется во 2 классе для иллюстрации смысла действия умножения и переместительного свойства умножения.

Работа над различными приемами сложения и вычитания не только формирует умение следовать заданному или самостоятельно выбранному алгоритму, но и развивает умения самооценки и самоконтроля. Второклассникам могут быть предложены как основные или дополнительные такие задания:

- «Выбери удобный для тебя прием сложения (вычитания) и найди сумму (разность) чисел».
- «Проверь, верно ли выполнено...».
- «Проверь себя».
- «Отметь задания, которые вызвали наибольшее затруднение».
- «Выбери задание, решение которого ты обсудишь с учителем (одноклассниками)».

Во 2 классе школьники знакомятся с математическими заданиями, имеющими несколько решений. Целесообразно использовать такие задания для упражнения в понимании и удержании условия задачи, комментировании хода решения. Рассмотрим пример задания:

Задание. Какие числа можно сложить, чтобы получить двузначное число?

- 1) два двузначных числа
- 2) однозначное и двузначное числа
- 3) однозначное и трехзначное числа
- 4) два двузначных числа
- 5) два однозначных числа

Это и подобные задания могут использоваться для дифференцированной, групповой работы с арифметическим материалом.

3 класс

В 3 классе центральной арифметической линией в программе является изучение алгоритмов сложения и вычитания трехзначных чисел, умножения и деления двузначного и трехзначного числа на однозначное число (в пределах 1000). Продолжается активная учебная работа, подводящая к запоминанию табличных случаев умножения и деления. Внимание уделяется как таблице умножения (ее структуре, выявлению закономерностей в устройстве, использованию для деления), так и внетабличным случаям умножения и деления в пределах 100. Как и во 2 классе, акцент делается на понимании учениками смысла арифметических действий, использовании разных приемов получения результата, комментировании хода вычисления и проверке ответа.

Развиваются умения находить неизвестный компонент арифметического действия: к сформированным во 2 классе умениям найти неизвестное слагаемое, уменьшаемое или вычитаемое присоединяются умения найти неизвестный множитель, делимое и делитель. Расширяется круг упражнений на применение переместительного и сочетательного свойств сложения, переместительного свойства умножения. Если у педагога есть время, то целесообразно в рамках устной работы показать целесообразность использования в отдельных случаях сочетательного свойства умножения, которое будет активно применяться в 4 классе. Действия с числами 0 и 1 целесообразно проиллюстрировать с использованием практических ситуаций, предложить задания на поиск ошибок в выполнении действий с нулем и единицей: так ученик быстрее отработает технику применения правил действия, например с нулем.

Взаимосвязь с разделом «Числа и величины» прослеживается в процедурах применения алгоритмов вычислений (устных и письменных), отдельное место занимает тема «Умножение и деление величины на однозначное число». Эта тема может предшествовать умножению двузначного и трехзначного чисел на однозначное, потому что работа с величинами – это всегда конкретная практическая ситуация, в которой младшему школьнику легко применить учебный опыт. Например, если нужно увеличить длину отрезка длиной 120 см в 4 раза, то третьеклассник может сделать запись и заменить умножение сложением. Затем уже выполнить умножение на однозначное число по алгоритму и убедиться в правильности полученного ответа. Если получен неверный ответ, то можно проследить алгоритм умножения шаг за шагом, имея

перед глазами правильный ответ, полученный суммированием четырех равных длин.

К концу третьего года обучения у школьников накапливается опыт составления и чтения числовых выражений, применения правил порядка выполнения действий. Эти темы традиционно изучаются и вызывают затруднения в основном в случаях, когда нужно применить сразу два правила, т. е. учесть и наличие скобок, и порядок следования действий разных ступеней. Предлагаем расширить объем заданий для устной работы, в которых нужно продемонстрировать умение устанавливать порядок действий.

Например:

Задание. Подчеркни действие, которое следует выполнять последним:

$$220 - (120 + 4) : 4 \qquad \Delta - (\Delta + \Delta) \cdot \Delta =$$

При выполнении подобного упражнения ученик проявляет умение решать учебную задачу не только в стандартной (первая ситуация – установление порядка выполнения действий в числовом выражении со скобками), но и в нестандартной (при замене чисел отвлеченными знаками) ситуации.

4 класс

В 4 классе развивается вычислительная культура обучающихся: изученные алгоритмы переносятся в новые ситуации, изучаются частные случаи выполнения действий, появляется больше возможностей для самостоятельного комментирования хода выполнения вычислений, нахождения значений выражений. Закрепляются умения использовать приемы устных вычислений, основанные на знании свойств арифметических действий. Обучающиеся знакомятся с калькулятором и его применением для проверки правильности вычислений и практических расчетов. С использованием калькулятора могут быть реализованы проектные задания, требующие громоздких вычислений или проверки разных вариантов решения.

Одно из требований обновленной программы – выполнять прикидку результата вычислений, проверку полученного ответа по критериям: достоверность (реальность), соответствие правилу (алгоритму), а также с помощью калькулятора – может потребовать от педагога дополнительного времени и упражнений. Но можно ограничиться результатами проверочных

и самостоятельных работ, которые дети выполняют на уроках. Подойдут ставшие привычными задания на взаимопроверку при работе школьников в парах. Приведем пример дополнительного задания:

Задание. Проверь, правильно ли поставлены знаки действия. Исправь ошибки.

$18 \cdot 3 = 6$	$81 \cdot 9 = 72$	$8 \cdot 7 = 56$
$32 \cdot 24 = 8$	$17 \cdot 17 = 34$	$7 \cdot 7 = 49$
$63 \cdot 9 = 7$	$54 \cdot 44 = 10$	$4 \cdot 9 = 36$
$64 = 8 \cdot 8$	$21 = 15 \cdot 6$	$36 = 45 \cdot 9$

Особенность упражнения в том, что четверокласснику нужно увидеть ошибку не в ответе, а в знаке действия. Иногда дети находят и устраняют только очевидные ошибки, а, к примеру, ошибку в записи $17 \cdot 17 = 34$ некоторые дети пропускают (Рассуждение ученика: «Результат увеличился, значит, умножение. Верно.»).

В процессе повторения и закрепления изученного целесообразно усилить работу по использованию математической терминологии, комментированию действий, составлению числовых выражений, поиску всех решений задачи, планированию действий.

Задание. Запиши все произведения с результатом 18.

Это задание имеет несколько решений. При этом часто упускаются случаи умножения не двух, а трех, четырех чисел. Если сначала составить план, то в дальнейшем четвероклассникам будет легче представлять полное решение.

Пример плана:

- 1) Составим произведения из двух чисел.
- 2) Составим произведения из трех чисел.
- 3) Составим другие произведения (если есть).

Задание подходит для группового выполнения. Дифференцированная работа может организовываться при работе над темами «Конструирование числового выражения с заданным или самостоятельно заданным порядком выполнения действий», «Сравнение числовых выражений без вычислений», «Приведение примеров, иллюстрирующих смысл деления с остатком», «Составление и проверка математических утверждений относительно набора математических объектов (чисел, величин, числовых выражений, геометрических фигур)».

Раздел «Текстовые задачи»

Развитие мышления младшего школьника – основная задача методики обучения по разделу «Текстовые задачи». В ходе освоения умения решать текстовые задачи осуществляется становление логических операций, младший школьник приобретает навыки действий по плану и алгоритму, моделирования, рассуждения, проверки реальности полученного ответа.

1 класс

В 1 классе школьник работает с так называемыми задачными ситуациями, предъявляемыми с помощью рисунка, схематичного изображения или условной записи и поясняющего текста.

Основное содержание в федеральной рабочей программе по математике представлено достаточно обобщенно.

«Текстовая задача: структурные элементы, составление текстовой задачи по образцу. Зависимость между данными и искомой величиной в текстовой задаче. Решение задач в одно действие»¹.

В современных учебных и методических пособиях для первоклассников дидактические единицы этого раздела представлены более развернуто.

- Текстовая задача как описание реальной сюжетной ситуации с вопросом.
- Условие и вопрос задачи (известное и неизвестное в описании сюжетной ситуации). Решение и ответ задачи (ход поиска ответа на вопрос к сюжетной ситуации). Выбор действия для решения задачи (ответа на вопрос).
- Использование наглядного материала для иллюстрации зависимости между данными и искомой величиной, поиска ответа на вопрос.
- Сюжетные задачи (ситуации), решаемые с помощью действий сложения и вычитания (с вопросами «На сколько больше/меньше?», «Сколько всего?», «Сколько осталось?»). Задачи и практические ситуации «на куплю-продажу».

¹ Федеральная рабочая программа начального общего образования по учебному предмету «Математика», с. 6. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_1_%D0%A4%D0%A0%D0%9F_%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0-1-4_%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D1%8B.pdf

- Выбор правильно составленного выражения для ответа на вопрос.

Успешность освоения задачного материала можно повысить за счет пропедевтической работы в 1 классе. Выделим некоторые подходы к ее организации.

1) Каждый первоклассник способен применить имеющийся опыт или с помощью простых упражнений научиться слушать (текст, содержащий математическую информацию), рассматривать (иллюстрацию к тексту), составлять предметную модель (по образцу или по аналогии с готовой), выбирать знак арифметического действия для ответа на вопрос (в соответствии с практической ситуацией), различать похожие ситуации (требующие разных арифметических действий), копировать запись решения, формулировать ответ (повторять за учителем, одноклассниками или самостоятельно по аналогии), кратко записывать ответ по инструкции (включающей отсчитывание клеток, отступ и т. п.).

2) Обучающиеся, которые учились «решать» задачи до школы, как правило, не имеют опыта в ее анализе, выделении и наглядной иллюстрации данных и отношений. Это приравнивает возможности подготовленных и неподготовленных специально к школе ребят в формировании логических действий. Первые шаги в анализе – выполнение лишь отдельных операций – первоклассник начинает делать в 1 классе под руководством педагога, имеющего установку на формирование у школьников универсальных учебных действий. На самом деле чаще всего дошкольник не решает задачу, а ставит в соответствии услышанным словам-подсказкам то или иное действие с услышанными числами, а поскольку дошкольник выполняет много одинаковых «задачек», то появляется практический опыт называния действия и результата. Именно поэтому так важно включать в процесс обучения математике работу с текстом: слушание и чтение с последующим ответом на вопросы, воспроизведение основного содержания текста, представление данных или самого текста с помощью объектов-заместителей, использовать наглядность.

3) В дальнейшем, уже при работе с текстовой задачей, постоянно возвращаться к обсуждению текста, данных и отношений, представленных в нем, установлению зависимости между величинами, взаимосвязи между условием и вопросом задачи, определению количества и порядка действий, выбору

и объяснению действия для каждого этапа решения, анализу ответа (обсуждение: «Является ли ответ реальным для предложенной ситуации?», «Соответствует ли логике решения?», «Правильно ли указаны наименования или единицы измерения?»).

В 1 классе школьник учится составлять задачи по образцу. Это способствует формированию умения понимать, как различные математические явления (увеличение, уменьшение, разностное сравнение и др.) могут быть представлены с помощью текста задачи, числового выражения, равенства.

Первоклассник вместе с учителем и одноклассниками учится составлять текст задачи. Для этого он сначала учится различать известное и неизвестное, читать и придумывать вопросы, соответствующие заданной ситуации. В связи с этим нужны упражнения по работе с текстом задачи.

Задание (на слушание и рассматривание). Какие тексты соответствуют рисунку?



Текст 1. Художник нарисовал 4 автобуса и 5 самолетов.

Текст 2. Художник нарисовал 4 автобуса, а самолетов на 1 больше.

Текст 3. Художник нарисовал 5 самолетов и столько же автобусов.

Задание (на слушание). Какие вопросы можно задать по рисунку?

Вопрос 1. Чего больше нарисовал художник: автобусов или самолетов?

Вопрос 2. На сколько меньше автобусов, чем самолетов нарисовал художник?

Вопрос 3. Сколько пар, состоящих из самолета и автобуса, можно составить из предметов, которые нарисовал художник?

Задание (слушание и рассматривание). Придумайте задачу по рисунку.

Образец. Художник нарисовал 5 самолетов, а автобусов на 1 меньше. Сколько автобусов нарисовал художник?

Все предложенные задания дают педагогу возможность увидеть, кто из первоклассников уже умеет слушать, готов сопоставлять и использовать

для ответа информацию, которую слышит и видит на доске (в учебнике, на индивидуальной карточке). Неготовность ученика ответить на вопрос учителя может служить основанием для увеличения числа таких упражнений для устной работы, включения ее в математические разминки, устный счет.

Процесс решения задачи достаточно трудоемкий, поэтому важно учитывать, что первоклассник не может долго концентрироваться на решении одной проблемы. Для того чтобы ученику было легче решить задачу в одно действие самостоятельно от начала до конца, рекомендуем на разных уроках отрабатывать отдельные этапы решения текстовой задачи. Поэтапная работа может включать изучение текста и структуры задачи (условие, вопрос), составление краткой записи, решение по модели, выбор решения и его проверку, анализ ответа на реальность и логичность получения – правильность выбора действия. При необходимости или в соответствии с частной методикой обучения решению задач педагог может дополнить или объединить отдельные этапы.

2 класс

Обучение во 2 классе традиционно включает решение текстовых задач в 1–2 действия арифметическим способом; изучение задач, отражающих смысл арифметических действий сложения, вычитания, умножения, деления, а также содержащих отношения «больше/меньше на ...», «больше/меньше в ...». Продолжается работа над формированием умения читать, представлять текст задачи: использовать наглядность, составлять и применять для решения рисунок, схему или другую модель. В соответствии с обновленной программой необходимо выделить время на отработку предметных умений планировать решение задачи, выбирать соответствующие плану арифметические действия. Со 2 класса необходимо больше внимания уделять записи решения и ответа, проверке ответа на достоверность, следование плану, соответствие поставленному вопросу.

Во 2 классе усиливается работа с текстом задачи: второклассники учатся анализировать, устанавливать и иллюстрировать зависимость между величинами, моделируют текст задачи (краткая запись, схема, таблица или другая модель). Модель помогает школьнику удержать структурные компоненты задачи, наметить план решения. Отсутствие на модели условия (данного, отношения) еще до решения поможет обнаружить затруднение

или спрогнозировать ошибку. Если модель (например, краткая запись) полная и ученик готов рассказать задачу по ней, то повышается вероятность успешного решения. Особое внимание работе с текстом необходимо уделить при знакомстве второклассников с новыми видами задач.

Математические тексты в виде формулировок заданий, инструкций и указаний, образцы решений и ответов постоянно сопровождают учебную деятельность младшего школьника на уроке. Не всегда удобно и имеет смысл держать всю информацию из этих текстов в уме или многократно возвращаться к учебнику. В таких случаях педагог и организует не только обсуждение необходимого для выполнения конкретного задания содержания прочитанного, но и предлагает перенести основную информацию из текста на модель. В 1 классе школьник работал с готовыми или составлял модель под руководством учителя. Первоклассник учился преимущественно кодировать информацию. Например, он заменял каждую ель треугольником, а березу кругом в задаче: «В школьном парке 6 елей и 4 берёзы. На сколько больше елей в парке?» После составления схемы ученик сам или под руководством педагога рассказывал условие задачи, формулировал вопрос и приступал к решению, используя модель. Во 2 классе моделирование становится более содержательным, потому что ученик приступает к освоению умножения, деления и решению задач на понимание смысла этих действий, а также учится решать задачи в два действия, содержащие больше данных или отношений.

Рассмотрим, какие группы заданий и упражнений (в основном для устной работы) можно предложить школьникам для освоения обновленного содержания, начиная со 2 класса.

Работа с текстом математического задания: а) анализ текста сюжетной задачи (различение инструкции и основной части задания, выделение структурных элементов текстовой или геометрической задачи, постановка проблемы), б) работа с математическими терминами, использование математического языка, построение рассуждений по образцу или самостоятельно.

Планирование предметных и универсальных учебных действий: а) выбор, упорядочение шагов решения, этапов алгоритма (вычисления, построения), б) составление плана для решения проблемы в жизненной ситуации, для ответа на вопрос задачи; в) дополнение плана, корректировка шагов алгоритма;

в) комментирование последовательности выполнения плана с использованием математической терминологии, знаков и символов.

Работа с информацией, представленной в разной форме: а) «чтение» таблицы, диаграммы, схемы; б) дополнение модели данными; в) комментирование, какие сведения из какой части задачи взяты (если задача, например, содержит текст и таблицу или текст и рисунок).

Проверка учеником решения и/или ответа на достоверность и логичность (правильность): а) выбор верного ответа из данных (определение достоверного ответа для предложенной жизненной ситуации); б) выбор правильного плана решения (оценка логичности решения, его соответствия поставленной проблеме); в) самооценка готовности выполнить набор заданий по конкретной теме (решение одно-двухшаговых заданий разного уровня трудности по одной теме).

3 класс

Основное содержание раздела включает следующую работу с текстовой задачей: отработка каждого этапа решения (анализ, моделирование, планирование, решение, запись ответа). Школьники приобретают опыт решения задач на понимание смысла арифметических действий и отношений (больше/меньше на/в), разностное и кратное сравнение. Знакомятся и оформляют полное решение задач на зависимости («купля-продажа», расчет времени, количества). Задачный материал дает широкие возможности для проверки и оценки правильности ответа (достоверность, логичность получения), поиска разных способов решения и приемов оформления, выбора и реализации метода решения (моделирование ситуации, перебор вариантов, использование алгоритмов).

В 3 классе акцент в работе над задачей также делается на понимании текста. Обучение предполагает не только вербальный, но и образный и практический планы действий. Важно, чтобы сюжеты текстовых задач были, с одной стороны, доступны и интересны учащимся данного возраста, с другой – не отвлекали от их математической сути. Интересный и понятный сюжет помогает третьекласснику представить развитие событий, опираясь на имеющиеся учебный опыт и наглядные образы. Схематический рисунок или другая модель выступают в качестве опоры для рассуждений – словесного построения алгоритма действий, который в дальнейшем превратится в план

и составленную на его основе последовательность арифметических действий, приводящих к ответу.

Содержание раздела существенно обогащают расширяющиеся представления о числе, величинах, долях, а также вычислительные умения школьников. Так, начиная с 3 класса, школьники решают задачи на нахождение доли величины и величины по значению доли. В систему упражнений целесообразно включать текстовые задачи, решение которых предполагает не один, а два-три способа получения ответа. Рассуждения, выстраивающиеся в ходе решения задачи, записываются по действиям с вопросами или комментированием либо в виде числового выражения. Одно из центральных мест в работе с текстовой задачей уделяется планированию хода решения. Умение составить план не только помогает школьнику освоить определенный вид задач, но и способствует организации поиска ошибки в решении, поскольку чаще всего ошибка появляется на этапе планирования. Рассмотрим пример задания, которое неоднократно предлагалось в конце 3 класса в рамках мониторинга оценки индивидуальных достижений школьников (Мониторинг организовывался Центром оценки качества образования Института стратегии развития образования).

Задание. Наташа соревнуется в компьютерной игре. Для победы ей нужно набрать всего 900 баллов. У Наташи пока в три раза меньше баллов. Сколько еще баллов нужно набрать Наташе, чтобы выиграть?

В рамках проводившегося исследования это задание за курс 3 класса выполнили более восьми тысяч четвероклассников в начале учебного года. Успешно справились с ним – получили ответ «600 баллов» – всего 49% выполнивших. Задание проверяло умение обучающихся планировать ход решения задачи (записывать решение и ответ не требовалось и не оценивалось). В чем же проблема, почему лишь половина детей смогли дать верный ответ? Очевидно, что любой ученик, приступивший к обучению в 4 классе, может увидеть, что задача решается не в одно действие. Для этого у каждого школьника имеется достаточный учебный опыт выполнения действий с текстовой задачей. При этом самая распространенная ошибка – «300 баллов» – результат выполнения первого действия (из двух). Эту ошибку сделали 39% четвероклассников. Почему? Возможно, потому что дети не приобрели опыта планирования, возможно, не прочитывают задачу полностью или не улавливают

математическую суть проблемы. Можно предположить, что ошибок было бы меньше, если бы большее количество детей умели соотносить полученную информацию (ответ) и предложенный сюжет, из которого следует, что Наташа набрала мало очков, ей еще надо набрать для победы. Очевидно, что многие дети, дочитав до слов «в три раза меньше», понимают, что нужно выполнить деление и прекращают дальнейшее чтение. Они не контролируют ход работы, забывают, что прежде, чем выполнить задание, его нужно прочитать полностью и понять требование (ответить себе на вопрос «Что нужно сделать?»).

Целесообразно проводить с третьеклассниками анализ разных верных записей одного и того же решения, разных способов решения одной и той же задачи. Это может быть различие и сравнение записи по действиям и с помощью числового выражения или сопоставление решения, записанного по действиям и представленного в виде рассуждения.

4 класс

В 4 классе младшие школьники продолжают накапливать опыт решения задач в 2–3 действия. К уже изученным добавляются задачи на движение, работу. У четвероклассников обобщаются умения оформлять решение по вопросам, по действиям с пояснением и с помощью числового выражения. Обращаем внимание педагога, что в ряде случаев (познавательный сюжет задачи, актуальные вычисления) разное оформление решения одной и той же задачи может помочь сэкономить время урока и создать условия для обсуждения удобного, рационального подхода к записи, обоснования достоверности и логичности ответа.

В ходе работы с задачным материалом закрепляются следующие универсальные учебные действия:

- классифицировать задачи в одно действие;
- упорядочивать этапы и шаги решения;
- применять математическую терминологию;
- составлять модель текста и проверять ее соответствие предложенной задаче;
- записывать решение;
- находить, объяснять и исправлять ошибки в записи решения, ответа.

В 4 классе школьники часто работают с задачами, в которых данные, отношения или зависимости представлены не только в тексте, но и на схеме, в таблице и т. д. Устная работа по анализу условий задачи, совместное с учителем и самостоятельное составление задач с заданным условием (вопросом, решением) существенно обогащает возможности четвероклассника в успешном освоении этого раздела. Приведем пример задачи, в которой условие представлено в тексте и в таблице. Это задание неоднократно предлагалось во время мониторингов по математике для оценки индивидуальных достижений за курс начальной школы Центром оценки качества образования ИСРО).

Задание. Чай продаётся в коробках по 10, 25, 50 и 100 пакетиков. Цена каждой коробки указана в таблице.

<i>Количество пакетиков в коробке (шт.)</i>	<i>Цена за одну коробку (р.)</i>
10	25
25	30
50	65
100	70

У Лизы 130 р. Какое наибольшее количество пакетиков чая она может купить ровно на 130 рублей? Запиши ответ и объясни его.

Это задание представлено нестандартно (данные, необходимые для решения, находятся в текстах, разбитых таблицей, и в таблице). Его выполняли около двух тысяч четвероклассников, но успешно справились только 14% из них. Правильный ответ – «150 пакетиков». Для его получения нужно увидеть, что нужно взять 2 коробки по 25 пакетиков чая и одну коробку, в которой 100 пакетиков). В чем основные причины ошибочных ответов? Во-первых, четвероклассники затрудняются в выделении всех данных текста и таблицы. Это проявилось в том, что часть детей не учли условие «купить ровно на 130 рублей», часть детей не учли условие «наибольшее количество пакетиков». Во-вторых, многие школьники «потеряли» часть информации в ходе решения. Например, заменили условие «наибольшее количество пакетиков» на «наибольшее количество коробок». В-третьих, часть четвероклассников не смогли воспользоваться информацией, которая представлена в табличной

форме. Самая распространенная ошибка из-за некорректного прочтения таблицы – дети не видят, что можно взять 2 коробки по 25 пакетиков.

С целью повышения успешности в достижении требований к разделу «Текстовые задачи» рекомендуем организовывать работу над ошибками и предлагать задания, позволяющие их предупредить. Рассмотрим на примере.

Задание. За 10 одинаковых учебников заплатили на 460 рублей больше, чем за 8 таких же учебников. Сколько стоит один учебник?

С этой задачей успешно справляются менее половины четвероклассников. Среди основных причин неуспешности: неправильное установление математического отношения, частичное использование данных и недоведение решения до конца, замена вопроса более простым, вычислительные ошибки. Очевидно, что причинами этих ошибок могут быть неумение работать с текстом задачи, представлять текст задачи на удобной модели, планировать и оформлять решение, записывать ответ. Какую коррекционную или пропедевтическую работу может организовать педагог?

1) Составление модели к тексту (например, в упрощенной ситуации).

Задание. Сделай иллюстрацию к тексту.

За 6 учебников заплатили на 200 рублей меньше, чем за 5 таких же учебников.



2) Составление вопросов к тексту с опорой на модель.

Задание. Сделай иллюстрацию и придумай вопросы к тексту.

За 10 одинаковых учебников заплатили на 400 рублей больше, чем за 8 таких же учебников.

3) Выбор и обоснование хода решения задачи (на примере готовых числовых выражений).

Задание. Выбери числовое выражение для ответа на вопрос задачи.

За 10 одинаковых учебников заплатили на 400 рублей больше, чем за 8 таких же учебников. Сколько стоят 3 таких учебника?

$10 - 8$ $400 \cdot (10 - 8)$ $400 : (10 - 8)$

Педагог может предложить и другие задания на понимание математической сути предложенной сюжетной ситуации, поиск плана решения, проверку ответа.

Обратим внимание, что при решении текстовых задач одной из наиболее распространенных ошибок является частичное выполнение задания (решение не доведено до конца, пропущено действие или шаг рассуждения). К сожалению, это происходит и при решении задач в два действия.

Пример задачи:

Задание. В саду собрали 1250 кг яблок. Из них 80 кг оказались червивыми, и их оставили на корм лошадям. Остальные яблоки упаковали в ящики по 10 кг в каждый и отправили в магазин. Сколько ящиков отправили в магазин?

С этим заданием стабильно не справляются 15–20% четвероклассников. В их решении, как правило, присутствует одно действие ($1250 - 80 = 1170$ (кг)) и ответ. Школьники приступают к активному изучению задач в два действия уже во 2 классе, поэтому к 4 классу каждый ученик может легко ответить на вопрос «Сколько действий нужно выполнить, чтобы ответить на вопрос задачи, одно или больше одного?» Снизить частоту этой ошибки можно, продолжив работу, начатую во 2 классе: работа с текстом, обсуждение способа, планирование решения, работа с информацией, представленной в разных формах, проверка ответа (реальность, соответствие условиям и вопросу).

Еще одна «популярная» ошибка в решении задач – подмена предложенного задания другим, обычно более простым или часто встречавшимся на уроках. Рассмотрим конкретную ситуацию. Четвероклассник заменяет простое задание (задачу в одно действие) на более сложное (задача в два действия).

Задание. Для конкурса приготовили 60 листов ватмана. Десятую часть всех листов оставили для финала. Сколько листов оставлено для финала?

1) 60 2) 50 3) 6 4) 54

Смысл решения задачи – в нахождении доли величины (надо найти десятую часть от 60). Около 20% четвероклассников выбирают неверный ответ «54». Это ответ на такой вопрос: «Сколько листов приготовлено для основной части конкурса?» Получается, что эти дети решили другую задачу: «Для конкурса приготовили 60 листов ватмана. Десятую часть всех листов

оставили для финала. На сколько меньше листов приготовлено для основной части конкурса, чем для финала?» Задача с вопросом «Сколько осталось...?» более сложная, содержит два шага в решении. Но за время начального обучения математике ученик решал их значительно чаще, чем задачи на нахождение доли, поэтому и заменил простую задачу сложной.

Несамостоятельность школьников проявляется и в организации учеником собственной деятельности во время итоговой контрольной работы. Дети знают, что трудные задания можно пропускать. Многие ребята пропускают задания не потому, что прочитали и оценили свои возможности в выполнении как «трудно», «могу не справиться», «наверняка допущу ошибки», «не представляю, что получится в результате», «вернусь позже и решу», «решу позже, если успею», а потому что знают: «можно пропускать». Несформированность операций самоконтроля («Все ли задания я выполнил?», «Соответствует ли ответ поставленному вопросу?») и слабость волевых установок («Надо сделать все задания») – основные причины того, что дети не возвращаются к пропущенным заданиям, повторно отказываются от их выполнения, пытаются как можно быстрее сдать частично выполненную работу.

Раздел «Пространственные отношения и геометрические фигуры»

Изучение раздела ориентировано на развитие пространственных представлений школьников, умений различать и характеризовать геометрические фигуры, конструировать, моделировать, изображать, чертить, измерять длину, периметр и площадь изученных фигур.

Особенностью обновленного стандарта является внимание к практическим действиям, развивающим пространственное мышление школьника и закладывающим основу геометрических представлений: сравнение длин и площадей (с измерением и без измерения), нахождение площади (с помощью палетки и вычислений), получение наглядных представлений о симметрии (анализ и изображение), изображение геометрических фигур (от руки и с помощью линейки, циркуля) как произвольных, так и с заданными измерениями.

1 класс

В соответствии с программой первоклассники учатся описывать и моделировать расположение объектов на плоскости, в пространстве, распознавать геометрические фигуры.

Задание. Расположите круг, квадрат и пятиугольник так, чтобы круг располагался между квадратом и пятиугольником. Сколько решений имеет задание?

Решением задачи будут модели описанных в задании ситуаций. Ученику нужно смоделировать ситуацию, поставив в соответствие названию фигуры ее изображение. Задание имеет два решения (представлены на рисунке ниже) – это позволит организовать чтение моделей, проверку их соответствия условиям, сравнить между собой. Можно предложить придумать аналогичные задания с другими фигурами или отношениями.



Рис. 4

Уже в 1 классе школьники учатся работать с линейкой, знакомятся с ее шкалой, приобретают первый опыт измерения в клетках, в сантиметрах. Изучение алгоритма измерения длины отрезка открывает возможности для развития сначала предметного, а затем и универсального действия работы с алгоритмами (когда у ученика появится опыт применения алгоритмов на других предметах). Также в 1 классе школьники учатся изображать, копировать изученные фигуры, строить отрезок заданной длины (в сантиметрах). Рекомендуется увеличить количество практических заданий на измерение различных реальных предметов, например узнать длину нитки или проволоки, скрепки, полоски бумаги. Обратим внимание, что незнание единицы длины «миллиметр» вносит пока в эту деятельность определенные ограничения, но открывает возможность прикидки результата с использованием изученных чисел. При этом словарный запас первоклассника дополнится новыми словами и оборотами речи: «около ... см», «больше ... см, но меньше ... см», «более ... см», «близко к ... см». Предлагаем также обратить внимание на различные приемы сравнения без измерения (наложение, прикидка для очевидно разных длин, опосредованная оценка массы в реальной ситуации, например масса теннисного мячика и арбуза).

Пример задания.

Задание. Измерь длину карандаша и скажи:

«Длина карандаша больше см и меньше см».



В 1 классе целесообразно увеличить число устных заданий на характеристику известных геометрических фигур (треугольника, четырехугольника), нахождение заданной фигуры среди предложенных (в ситуации единственного или нескольких решений), на поиск общего и различного у двух фигур, группы фигур. Акцент стоит сделать на выделении существенных характеристик (не цвет и местоположение, а наличие, например, определенного числа элементов – углов, сторон, общей формы и т. д.).

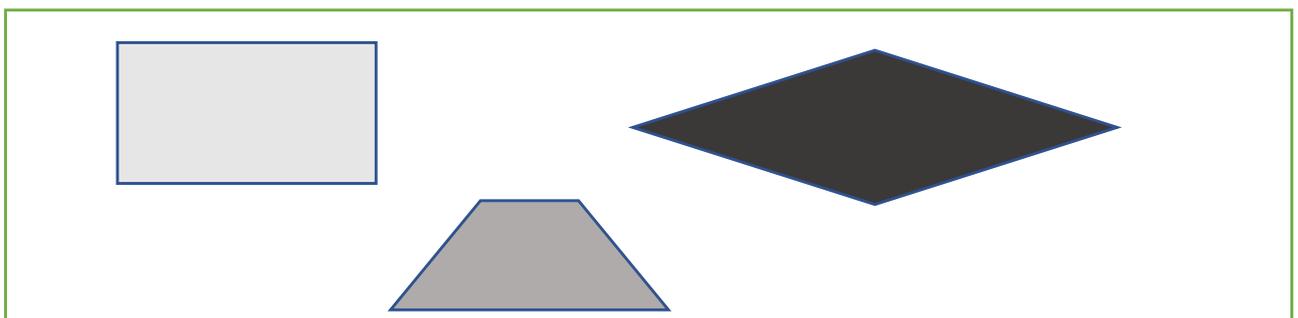
2 класс

В курсе 2 класса продолжается изучение единиц измерения. Собственно единицы длины, измерение изучаются в рамках этого раздела, а соотношение между единицами длины – в разделе «Числа и величины». Повышенное внимание уделяется практическим действиям по измерению длин, выполняемым с помощью линейки, шагов, на глаз. Такие задания соседствуют с заданиями, формирующими умение переходить от одних единиц измерения к другим, проводить расчет длины отрезка большего или меньше данного с наглядной проверкой результата (построением).

Изучение периметра сопровождается освоением разных способов его нахождения: непосредственное измерение (линейка, сантиметровая лента или нитка для последующего измерения с помощью измерительного инструмента), суммирование длин сторон, использование правила (при нахождении периметра прямоугольника).

Необходимо предусмотреть работу, развивающую математический язык второклассника. Например, можно предложить второклассникам для групповой работы составить три утверждения со словом «все» к рисунку и проверить истинность утверждений, составленных другой группой детей в отношении таких же или других фигур.

Задание. Составь по рисунку два (три) предложения со словом «все».

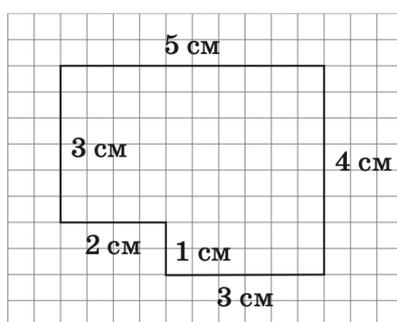


К концу 2 класса дети приобретают опыт измерения и построения отрезков и ломаных заданной длины (или длины звеньев), выраженной в различных единицах: в сантиметрах, дециметрах и сантиметрах, сантиметрах и миллиметрах. Второклассники могут измерять расстояния, длины окружающих их объектов. В это время важно предлагать задания на качественное сравнение, оценку на глаз («сравни на глаз ... », «больше или меньше ... », «хватит ли ... », «расположи величины в порядке

возрастания/убывания») окружающих реальных предметов, например предметов обстановки, а также на выбор единиц измерения (например, ответ на вопрос «Какая из единиц длины подходит для измерения ... ?»).

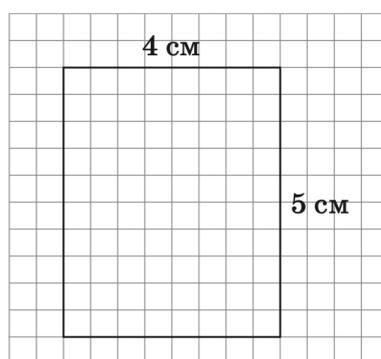
Число как результат измерения расширяет представления ребенка об использовании знаний о числе и возможностях их применения. Прослеживается тесная взаимосвязь между хорошей ориентированностью ученика в числах и успешным выполнением заданий на измерение с привлечением вычислений. Приведем пример.

Задание. Составь числовое выражение для нахождения значения периметра этого многоугольника.



Ученикам, для которых это задание окажется трудным, можно предложить предварительно выполнить такое задания с объяснением выбора ответа и поиском ошибок в неверных решениях:

Задание. С помощью какого числового выражения можно найти периметр этого прямоугольника?



- 1) $5 \cdot 4$
- 2) $5 \cdot 4 \cdot 2$
- 3) $5 + 4$
- 4) $(5 + 4) \cdot 2$

Два последних задания могут быть предложены для дифференцированной работы или при организации групповой.

3 класс

Основное содержание раздела «Пространственные отношения и геометрические фигуры» в 3 и 4 классах можно условно разделить на такие смысловые линии: фигуры и действия над ними; построения; измерения; решение проблем (задачи с геометрическим содержанием).

Работа с фигурами в 3 классе включает конструирование (разбиение данной фигуры на части, составление фигуры из данных частей).

Построения содержат учебный материал, развивающий умение ориентироваться на листе в клетку, изображать от руки или с помощью линейки прямоугольника с заданными длинами или отношением длин сторон, заданным значением площади.

Третьеклассники учатся измерять, находить значение площади, сравнивать фигуры по площади с помощью наложения. Задачи с геометрическим содержанием на нахождение периметра, площади, длины стороны прямоугольника или треугольника обычно содержат 1–3 действия. Поэтому, как и в текстовых задачах, важно проанализировать условие, сделать модель текста, спланировать ход решения, оформить запись решения и ответ. Младшие школьники могут включаться в работу с учебником (и дополнительными учебными пособиями), направленную на поиск информации о площади и способах её нахождения. Нахождение площади прямоугольника, квадрата, составление числового равенства при вычислении площади прямоугольника (квадрата) – дидактические единицы, которые традиционно представлены в 3 классе.

Для организации поисково-исследовательской деятельности на уроке и во внеурочное время могут быть выбраны проблемы, связанные с оценкой формы или размеров объектов, которые окружают ребенка, конструированием фигур из бумаги. Взаимосвязь с другими разделами прослеживается не только в решении задач на нахождение периметра или площади, длин отрезков, но и с величинами (раздел «Числа и величины»). Третьеклассники учатся осуществлять переход от квадратных дециметров к квадратным сантиметрам, от квадратных метров квадратным сантиметрам. Эта работа также может осуществляться во время выполнения поисковых заданий и сопровождаться наглядной иллюстрацией проводимых действий (например, использование электронных средств или миллиметровой бумаги). Соединяя задачи развития

геометрических представлений и работы с информацией, третьеклассникам могут быть предложены упражнения на составление инструкций, планов выполнения заданий и т. д. Это также будет способствовать развитию коммуникативных универсальных учебных действий (например, составление текста-описания). Приведем пример.

Задание. Составьте план для ответа на вопрос задачи.

Сделайте образец решения задачи.

Ваня хочет смастерить для поделки рамки в форме прямоугольников из проволоки длиной 1 м. Какое наибольшее количество рамок он может смастерить, если каждая рамка должна иметь размеры как на рисунке.



Формулировка задания отличает ее от привычной, создает возможности для развития регулятивных (планирование, контроль) и коммуникативных УУД (составление текста-рассуждения в качестве образца по самостоятельно разработанному плану).

Трудности работы над решением задач на нахождение площади и периметра можно использовать для оценки и предупреждения типичных ошибок в нахождении этих величин. Целесообразно предложить третьеклассникам систематическую устную работу по формулированию и проверке истинности утверждений о ходе и результатах поиска значений геометрических величин (например, ответить на вопросы «Верно ли, что периметр прямоугольника со сторонами 4 и 5 см равен 20 см?», «Может ли длина части отрезка быть больше длины самого отрезка?»).

4 класс

Работа с фигурами в 4 классе включает характеристику изученных фигур, знакомство и различение пространственных геометрических фигур (тел). Обобщается опыт конструирования.

Изображение фигур с осью симметрии, построение окружности заданного радиуса, выполнение графических и измерительных действий при выполнении

чертежей расширяют подготовку младшего школьника к изучению математики в 5 классе.

Изучение геометрических величин включает нахождение периметра многоугольника, площади прямоугольника, квадрата, а также фигур, составленных из прямоугольников.

В процессе обучения совершенствуются действия классификации (геометрических фигур по 1–2 основаниям), анализа (чертежа, текста задачи с геометрическим содержанием), комментирование хода и результата поиска информации о геометрических фигурах и их моделях в окружающем. Целесообразно расширить число упражнений на контроль и самоконтроль решения и ответа (сравнение построенной фигуры с образцом или ответом, поиск и исправление ошибок в построении).

Пространственные представления, готовность ученика свободно представлять описанную ситуацию помогает ему успешно справляться с типовыми и нестандартными заданиями. Рассмотрим пример:

Задание. Во время похода Миша нарезал четыре батона хлеба, и у него получилось 36 кусков. Как ты думаешь, сколько всего разрезов он сделал?

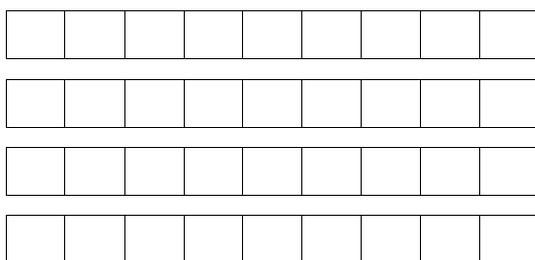
С заданием, предложенным в ходе мониторинга индивидуальных достижений четвероклассников (организатор – ИСПО) с этим заданием справились только 14% четвероклассников. Для его успешного выполнения у школьника должны быть сформированы такие учебные действия, как моделирование учебной ситуации, планирование, контроль результата. Для получения правильного ответа необходимо сконструировать решение, отказавшись от готового алгоритма, приводящего к неверному ответу (9 разрезов, 36 разрезов – неверные ответы). При этом решение может быть представлено как в виде логических рассуждений, так и с помощью модели или таблицы для перебора конечного числа вариантов. Перебор можно представить так:

Таблица 6

Решение задачи перебором

Число разрезов	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Число кусков в батоне (шт.)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число кусков в четырех батонах (шт.)	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Решение задачи с помощью модели



Правильный ответ: «Для получения 9 кусков из одного батона нужно сделать 8 разрезов, из четырех – 32 разреза». Этот вывод по результатам анализа модели может сделать четвероклассник, который умеет устанавливать математические зависимости и переносить их в новые ситуации, готов использовать имеющиеся знания для решения новых учебных проблем. Очевидно, что уже в начальной школе важно помогать таким ученикам проявлять себя, организовывать специальную работу по развитию их математических способностей, математического таланта.

Раздел «Математическая информация»

Для математического образования ученика важно, чтобы уже в начальной школе он научился понимать и правильно применять данные из текста (в том числе из таблицы, диаграммы, схемы, рисунка, другой модели), записывать информацию в таблице, на рисунке, а также составлять утверждения и проверять их истинность. Все это, а также поиск данных о реальных процессах и явлениях окружающего мира с использованием готовых моделей или самостоятельное нахождение доступных для младшего школьника сведений, входит в содержание раздела «Математическая информация». Также в рамках этого раздела у ученика на предметном уровне формируются информационные действия (поиск, представление, интерпретация данных, составление формализованных описаний), которые нужны младшему школьнику не только на уроках математики. Применение информационных действий на уроках русского языка, окружающего мира, литературного чтения способствует их закреплению как универсальных учебных.

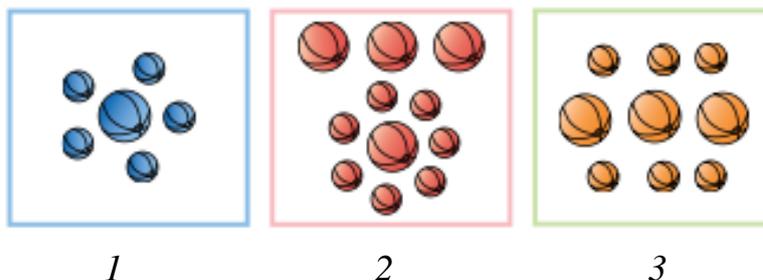
1 класс

Этот раздел курса включает сбор данных об объекте по образцу, работу с информацией, представленной в разной форме (текст, таблица, рисунок, другие модели); составление утверждений и проверку их истинности. Моделирование математической ситуации позволяет расширять число предметных действий, которые посильны для выполнения обучающимся.

Задание. Гриша записал три неравенства и сделал к ним рисунки. При этом он забыл указать, какое неравенство какому рисунку соответствует. Установи это соответствие.

Неравенства: $4 < 7$, $3 < 6$, $5 > 1$

Рисунки:



Для того чтобы успешно выполнить это задание, первокласснику нужно сначала разобраться, как закодирована информация (в неравенстве каждое число

означает количество мячей – больших или маленьких), затем порассуждать, на каком рисунке изображено 7 мячей одного размера и 4 – другого (первое неравенство и вторая картинка). После выбора подходящего рисунка ученику нужно убедиться в его соответствии неравенству. В процессе обучения каждый шаг работы комментирует сначала педагог, затем первоклассники вместе с учителем. Подобные задания вносят вклад в достижение следующего планируемого результата: «описывать своими словами математическое отношение»¹.

Особое внимание в 1 классе уделяется работе с таблицами (чтение таблицы, извлечение данного из строки или столбца, внесение одного-двух данных в таблицу). Помимо таблицы школьники анализируют другие модели – рисунок, схему – и учатся дополнять их числовыми данными. Уже в 1 классе школьники могут выполнять поисковые задания на обнаружение закономерностей, фиксирование обобщенных данных в ячейках таблицы или в готовом тексте (заполнение пропусков). Приведем пример такого задания (текст читает учитель):

Задание. Миша попросил одноклассников назвать их любимый цвет. Затем записал ответ каждого ученика на доске:

Света – зеленый	Варя – желтый	Толя – синий
Кристина – зеленый	Рома – коричневый	Жора – красный
Тоня – красный	Боря – коричневый	Маша – зеленый
Эмма – красный	Дима – синий	Петя – синий
Саша – желтый	Паша – красный	Лиля – синий
Женя – желтый		

Затем Миша начал составлять таблицу с результатами. Вставь в таблицу пропущенные числа.

<i>Цвет</i>	<i>Число учащихся, которым нравится этот цвет</i>
Синий	4
Коричневый	
Зеленый	3
Красный	4
Желтый	

(Ответ: 2, 3.)

¹ Федеральная рабочая программа начального общего образования по учебному предмету «Математика», с. 6–25.

В 1 классе при изучении материала разных разделов курса математики школьник работает с конкретными объектами или группами объектов (чисел, величин, геометрических фигур). Это дает возможность на разном предметном содержании вести сбор данных об объекте (в 1 классе по образцу, во 2–4 классах самостоятельно): устройство, применение, форма, индивидуальные или общие характеристики (количество частей-элементов, размер и др.). На числовом и геометрическом материале первоклассники учатся обнаруживать закономерность и продолжать ее.

Начиная с 1 класса, необходимо приступить к работе по формированию умений строить утверждения, проверять их истинность. В 1 и 2 классах обучающиеся составляют и проверяют предложения, характеризующие заданный набор объектов (чисел, величин, фигур).

Работа с таблицами, другими формами представления информации позволяет сделать более эффективным изучение содержания других разделов курса математики. Если, например, мы знаем, что ученик понимает устройство таблицы, легко читает ее, то у него не возникнет затруднений, если для представления текста задачи учителем будет выбрана одна из нескольких возможных моделей – табличная. Также изучение двух-трехшаговых инструкций в рамках раздела «Математическая информация» может помочь младшим школьникам успешнее справляться с вычислениями (нахождение суммы, разности), построениями и измерениями, планированием решения текстовых задач.

2–4 классы

Начиная со 2 класса, раздел «Математическая информация» ориентирован на формирование универсальных учебных действий, которые отрабатываются на учебном материале всех остальных разделов курса. В таблице 5 представлены содержательные линии раздела от 2 класса к 4 по основным линиям изучения. В качестве математических объектов рассматриваются числа, величины, числовые выражения, текстовые задачи, геометрические фигуры, модели (текст, таблица, диаграмма и др.).

Содержательные линии раздела «Математическая информация (2–4 классы)»

<i>Основные содержательные линии раздела</i>	<i>2 класс</i>	<i>3 класс</i>	<i>4 класс</i>
Обобщение информации, классификация	Поиск одного-двух общих признаков набора математических объектов. Классификация объектов по заданному или самостоятельно установленному признаку. Установление закономерности в ряду чисел, геометрических фигур, объектов повседневной жизни	Классификация объектов по двум признакам	Сбор математических данных о заданном объекте. Поиск информации в доступных источниках
Работа с утверждениями	Конструирование утверждений с использованием слов «каждый», «все». Установление истинности (верные) или ложности (неверные)	Конструирование и проверка истинности утверждений. Проведение логических рассуждений с использованием связей «если ..., то ...»,	Конструирование, проверка истинности утверждений; составление и проверка логических рассуждений при решении задач

<i>Основные содержательные линии раздела</i>	<i>2 класс</i>	<i>3 класс</i>	<i>4 класс</i>
	утверждений, содержащих количественные, пространственные отношения, зависимости между математическими объектами	«поэтому», «значит»	
Работа с таблицами, диаграммами и другими моделями	Извлечение и использование для ответа на вопрос информации, представленной в таблице (таблицы сложения, умножения; график дежурств, дневник наблюдения природы и пр.). Внесение данных в таблицу, дополнение моделей (схем, изображений) готовыми числовыми данными	Извлечение и использование для выполнения заданий информации, представленной в таблицах, содержащих данные о реальных процессах и явлениях окружающего мира; внесение данных в таблицу; дополнение чертежа данными. Чтение, использование данных	Поиск информации о реальных процессах и явлениях окружающего мира, представленной в тексте, на диаграмме, схеме, в таблице. Запись полученных данных в предложенную таблицу, на столбчатую диаграмму

<i>Основные содержательные линии раздела</i>	<i>2 класс</i>	<i>3 класс</i>	<i>4 класс</i>
		столбчатой диаграммы для решения учебных и практических задач	
Алгоритмы	Освоение приемов, правил устных и письменных вычислений, измерений и построения геометрических фигур	Изучение алгоритмов вычислений, построения. Формализованное описание последовательности действий (инструкция, план, схема)	Использование обобщенного алгоритма решения текстовой задачи. Алгоритмы решения учебных и практических задач
Электронные средства обучения	Знакомство с правилами работы с электронными средствами обучения (электронной формой учебника, компьютерными тренажерами)	Выполнение обучающих и/или тестовых заданий на доступных электронных устройствах	Выполнение правил безопасной работы с электронными источниками информации (электронная форма учебника, электронные словари и др.)

Знакомство с новым содержанием целесообразно организовывать в виде поиска, исследования. Важно научить младшего школьника распознавать в окружающем мире и фиксировать (с помощью удобного способа представления информации – текста, схемы, рисунка, таблицы, диаграммы,

и другие модели) для дальнейшего рассмотрения ситуации и проблемы, которые целесообразно сформулировать на языке математики и/или решить математическими средствами. Это может быть, например, работа с календарем, схемой и расписанием работы транспорта, финансовыми расчетами.

В 3–4 классах обучающимся могут быть предложены практические работы по установлению последовательности событий в сюжетной ситуации, выбору и проверке способа решения установленной проблемы, реализации нескольких способов решения и выбору рационального. Работа с алгоритмами включает припоминание, применение в общих и частных случаях алгоритмов устных и письменных вычислений (сложение, вычитание, умножение, деление), правил порядка действий в числовом выражении, нахождения периметра и площади прямоугольника. Целесообразно предлагать задания на планирование хода работы по решению математической задачи, прогнозирование возможных ошибок при выполнении трудных заданий (решение текстовых задач, частные случаи умножения/деления и др.), а также обсуждение путей решения проблем на основе применения изученных алгоритмов.

Знакомство с различными моделями, их применение в различных учебных ситуациях, расширяет возможности школьника в решении математических проблем повышенного уровня трудности. Приведем примеры:

Задание (3–4 классы). Найди два способа оформления решения задачи.

Для футбольной команды купили 18 билетов в один купейный вагон. Номера билетов с 1-го по 18-й. В скольких купе разместятся футболисты, если в каждом купе могут ехать 4 человека?

Ученик может предложить использовать предметную модель (обозначить, к примеру, каждого футболиста кругом, распределить все круги по 4, пересчитать количество «купе», дать ответ на вопрос задачи) и арифметическую – запись деления с остатком и объяснение ответа, полученного на его основе.

Задание (3 класс). В спортивной школе прошел прием мальчиков в секцию борьбы и в секцию футбола. Количество принятых мальчиков представили в таблице с помощью условного обозначения:  – 5 мальчиков.

Секция борьбы	   
Секция футбола	     

В какую секцию приняли больше мальчиков и на сколько?

Часть информации представлена в тексте задачи, часть – в таблице. Задание формирует умение понимать математическую проблему, удерживать ее в ходе рассуждений, использовать условное обозначение для решения и формулирования ответа.

Задание (4 класс). В школе пятиклассников попросили ответить на вопрос: «Какой из учебных предметов тебе нравится больше других?» и указать только один из предложенных вариантов. На вопрос ответили 20 мальчиков и 20 девочек. Ниже на диаграмме 1 представлены результаты опроса.

Диаграмма 1. Результаты опроса пятиклассников



На основе данных диаграммы определи, какие из следующих утверждений являются верными, а какие – неверными? Отметь в таблице 1 знаком «✓».

Таблица 1. Проверка правильности утверждений

<i>Утверждения</i>	<i>Верное</i>	<i>Неверное</i>
1) Чтение выбрали только девочки		
2) Два мальчика выбрали географию		
3) Историю выбрали 9 учащихся		

Одно из направлений повышения качества математической подготовки школьников – включение ученика в процесс создания, выбора формы, с помощью которой будет представлена или в которую будет помещена информация. Если школьник знает, как создавалась форма (таблица, схема, текст и др.), то он сможет в дальнейшем повторить процесс создания, модернизировать его, преобразовать с помощью педагога или самостоятельно по его заданию. Выполнение подобных заданий может лечь в основу разработки школьниками проектов, связанных с досугом, организацией внеурочных мероприятий (праздников, встреч с интересными людьми, путешествий).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В математической подготовке современного младшего школьника делаются следующие существенные акценты.

Первый. Поэтапное формирование математических представлений. Обучение младшего школьника в начальной школе учитывает его возрастные особенности, степень актуальности и востребованности знаний и умений. Делается установка на активное применение изучаемого материала для решения учебных и практических задач. От класса к классу меняется уровень алгоритмизации действий, степень развернутости комментариев к выполнению изученных и новых действий.

Второй. Внимание к математическому развитию ребенка. Успешность освоения обучающимися математических представлений во многом обеспечивается становлением действий универсального характера, приоритетных для математики: рассуждать, анализировать, обобщать, применять, упорядочивать, приводить пример, действовать по алгоритму, составлять план/инструкцию и др. Младшие школьники приобретают опыт использования в речи математической терминологии, формулируют выводы, составляют утверждения и проверяют их истинность. Например, «строить логические рассуждения, (одно-двухшаговые) с использованием связок «если .., то», «и», «или», «некоторые»¹.

Третий. Акцент на выделении и преемственном представлении тем практического характера на применение, самостоятельное использование младшим школьником предметных умений (приведение примеров, измерение величин, изображение и построение геометрических фигур, овладение простейшими способами измерения длин, площадей).

Четвертый. Формирование предметных умений и универсальных учебных действий, мотивирующих к дальнейшему обучению, обеспечивающих готовность к продолжению математического образования, способность работать с разноплановой информацией.

¹ ФГОС НОО, с. 47.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (утв. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 286; зарегистрирован Минюстом России 05.07.2021 № 64100). – URL: <https://edsoo.ru/normativnye-dokumenty/>

2. О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 286 (утв. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 18.07.2022 № 569; зарегистрирован Минюстом России 17.08.2022 № 69676). – URL: <https://edsoo.ru/normativnye-dokumenty/>

3. Федеральная образовательная программа начального общего образования (утв. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 372; зарегистрирован Минюстом России 12.07.2023 № 74229). – URL: <https://edsoo.ru/normativnye-dokumenty/>

4. Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика». – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_1_%D0%A4%D0%A0%D0%9F_%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0-1-4_%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D1%8B.pdf

5. Математика. Федеральная рабочая программа начального общего образования. Режим доступа: https://edsoo.ru/Predmet_Matematika.htm?filterId=34.

6. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике : учебное пособие. – М. : Либроком, 2014. – 248 с.

7. Хинчин А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики // Математика в школе. – 1962. – № 3. – С. 30–44.

Научное издание

О.А. Рыдзе

**МАТЕМАТИКА.
РЕАЛИЗАЦИЯ ТРЕБОВАНИЙ ФГОС
НАЧАЛЬНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Методическое пособие для учителя

Под редакцией Н. Ф. Виноградовой

101000, г. Москва, ул. Жуковского, д. 16
ФГБНУ «Институт стратегии развития образования»
Тел. +7(495)621–33–74
info@instrao.ru
<https://instrao.ru>

Подготовлено к изданию 15.09.2023.
Формат 60×90 1/8.
Усл. печ. л. 6.

ISBN 978-5-6049296-9-8